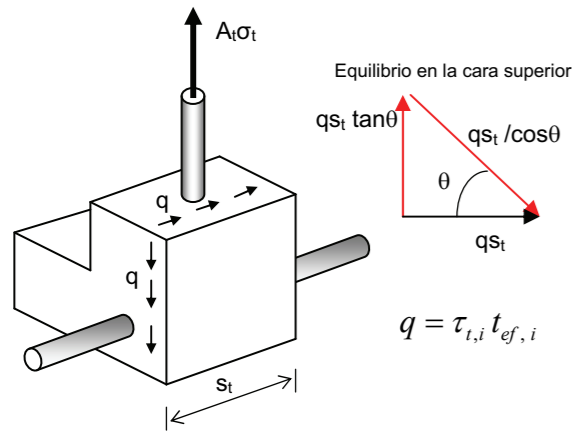


El diseño a torsión de una sección implica 3 puntos: diseño de armadura transversal, diseño de armadura longitudinal y comprobación de que no se agotan las bielas a compresión.

La armadura transversal se calcula superponiendo el efecto de torsión al de cortante, considerando el mismo ángulo de biela  $\theta$ . La parte de armadura transversal que corresponde a la torsión ( $A_t$ ) se puede calcular como:



$$A_t = \frac{T_{Ed} S_t \tan \theta}{2 A_k f_{yd}}$$

Adicionalmente la torsión provoca una tracción en sentido longitudinal, el área de acero longitudinal total necesaria  $\Sigma A_{sl}$  es:

$$\Sigma A_{sl} = \frac{T_{Ed} u_k \cot \theta}{2 A_k f_{yd}}$$

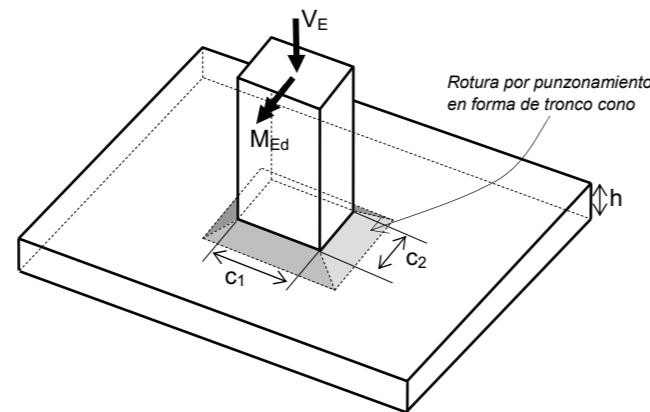
Las bielas a compresión no agotarán si se verifica:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1.0$$

$$q = \tau_{t,i} t_{ef,i}$$

$$v = 0.6(1 - f_{ck}/250)$$

donde  $T_{Rd,max} = 2v f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta$



Punzonamiento es un tipo de cortante (§6.4), producido por pilares actuando sobre losas.

**ELS de Fisuración (§7.3).** El EC2 proporciona unos anchos de fisura en función del ambiente (o clase de exposición), que no se pueden superar:  $w_{max}$ .

| Clase de exposición            | $w_{max}$ (mm)   |  |
|--------------------------------|--|--|
|                                | Hormigón armado o pretensado no adherente<br>Combinación cuasipermanente | Hormigón pretensado adherente<br>Combinación frecuente |
| XC0, XC1                       | 0.4  | 0.2  |
| XC2, XC3, XC4                  | 0.3  | 0.2  |
| XD1, XD2, XD3<br>XS1, XS2, XS3 | 0.3  | Descompresión  |

El ancho de fisura  $w_k$  debe de ser menor que  $w_{max}$ .  $w_k$  se calcula (§7.3.4):

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

$s_{r,max}$  es la distancia máxima entre fisuras,  $\epsilon_{sm}$  es la deformación unitaria media del acero incluyendo el efecto de la rigidez a tracción del hormigón y  $\epsilon_{cm}$  es la deformación unitaria media del hormigón entre fisuras.

**ELS Deformación (§7.4).** La deformación se puede omitir siempre que se verifiquen que cumplimos una serie de relaciones canto/luz en función de la cuantía de armadura (ver §7.4.2).

Además la flecha se puede calcular (§7.4.2) integrando dos veces la curvatura. En elementos no fisurados (o sea no se supera el límite del hormigón a tracción) se puede utilizar  $E_{cm}$  o bien  $E_{c,ef}$  dependiendo de la duración de la carga. Si el elemento está fisurado, éstos se comportarán de una manera intermedia entre el estado fisurado y el no fisurado y, para elementos sometidos principalmente a flexión, se el comportamiento se puede obtener:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{r_1} + \zeta \cdot \frac{1}{r_2}$$

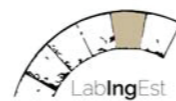
donde  $r_1$  y  $r_2$  son los radios de curvatura de las secciones no fisurada y fisurada, respectivamente. El factor  $\zeta$  indica la proporción de sección fisurada, teniendo en cuenta las propiedades adherentes del acero y el efecto de la duración de las cargas

donde  $\beta_1$  se toma igual a 0.5 para barras lisas y 1 para barras de alta adherencia;  $\beta_2$  igual a 1 para cargas de corta duración y 0.5 para cargas de larga duración o cíclicas;  $\sigma_{sr}$  es la tensión del acero en la sección fisurada para el momento crítico de fisuración y  $\sigma_s$  es la tensión del acero para la carga cuasipermanente.

| Diámetro Ø (mm) | Peso (kg/m) | Número de barras |       |       |       |       |       |       |        |        | Número de barra (diámetro en 1/8 de pulgada) | Área (pulg <sup>2</sup> ) | Área (mm <sup>2</sup> ) | Diámetro aproximado de la barra (mm) |
|-----------------|-------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--|---------------------------|-------------------------|--------------------------------------|
|                 |             | 1                | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8      | 9      |  |                           |                         |                                      |
| 5               | 0.15        | 0.20             | 0.39  | 0.59  | 0.79  | 0.98  | 1.18  | 1.37  | 1.57   | 1.77   | 3  | 0.11                      | 71                      | 10                                   |
| 6               | 0.22        | 0.28             | 0.57  | 0.85  | 1.13  | 1.41  | 1.70  | 1.98  | 2.26   | 2.54   | 4  | 0.20                      | 127                     | 13                                   |
| 8               | 0.4         | 0.50             | 1.01  | 1.51  | 2.01  | 2.51  | 3.02  | 3.52  | 4.02   | 4.52   | 5  | 0.31                      | 198                     | 16                                   |
| 10              | 0.62        | 0.79             | 1.57  | 2.36  | 3.14  | 3.93  | 4.71  | 5.50  | 6.28   | 7.07   | 6  | 0.44                      | 285                     | 19                                   |
| 12              | 0.89        | 1.13             | 2.26  | 3.39  | 4.52  | 5.65  | 6.79  | 7.92  | 9.05   | 10.18  | 7  | 0.60                      | 388                     | 22                                   |
| 14              | 1.21        | 1.54             | 3.08  | 4.62  | 6.16  | 7.70  | 9.24  | 10.78 | 12.32  | 13.85  | 8  | 0.79                      | 507                     | 25                                   |
| 16              | 1.58        | 2.01             | 4.02  | 6.03  | 8.04  | 10.05 | 12.06 | 14.07 | 16.08  | 18.10  | 9  | 1                         | 641                     | 29                                   |
| 20              | 2.47        | 3.14             | 6.28  | 9.42  | 12.57 | 15.71 | 18.85 | 21.99 | 25.13  | 28.27  | 10   | 1.27                      | 792                     | 32                                   |
| 25              | 3.85        | 4.91             | 9.82  | 14.73 | 19.63 | 24.54 | 29.45 | 34.36 | 39.27  | 44.18  | 11   | 1.56                      | 958                     | 36                                   |
| 32              | 6.31        | 8.04             | 16.08 | 24.13 | 32.17 | 40.21 | 48.25 | 56.30 | 64.34  | 72.38  | 14   | 2.25                      | 1552                    | 43                                   |
| 40              | 9.87        | 12.57            | 25.13 | 37.70 | 50.27 | 62.83 | 75.40 | 87.96 | 100.53 | 113.10 | 18   | 4                         | 2565                    | 57                                   |

© Enrique Hernández Montes & Luisa María Gil Martín

Editorial: Godel Impresiones Digitales, S.I. ISBN:978-84-16478-78-1 Dep. Legal:Gr-542-2016



Eurocódigo 2 (EC2). Diseño de estructuras de hormigón armado y pretensado. Ficha de hormigón armado.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{MPa}$$

$$f_{ct,m} = 0.30 f_{ck}^{2/3} \quad \text{para } f_{ck} \leq 50 \text{MPa}$$

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad f_{ctk} = f_{ctk,0.05} = 0.7 f_{cm}$$

$$f_{ct,m}(t) = (\beta_{cc}(t))^\alpha f_{ct,m}$$

$$\text{donde } \beta_{cc}(t) = \exp \left[ s \left( 1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right]$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad f_{cd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c}$$

**Materiales.** Sección 3. EC2.

$f_{ck}$ =Resistencia característica del **hormigón** (Ej. Un hormigón C-30 tiene un  $f_{ck}$ =30 MPa)

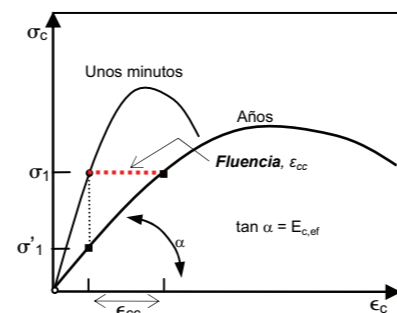
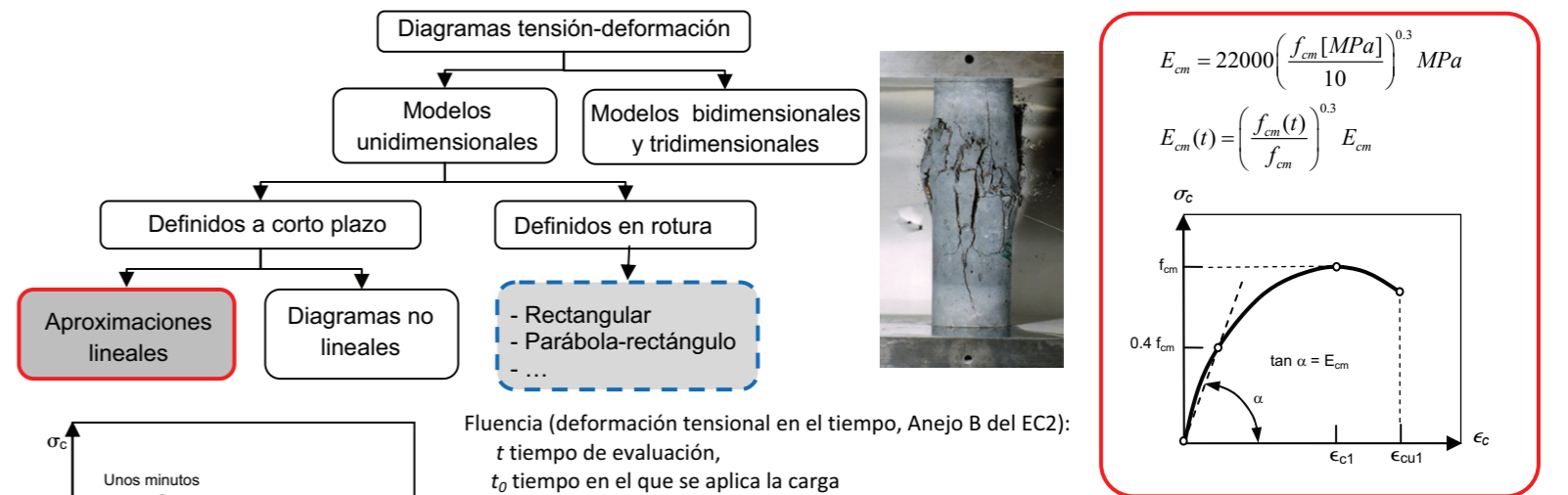
$f_{cm}$ = Resistencia media del hormigón a compresión.

$f_{ctm}$ =Resistencia media del hormigón a tracción

$t$  es la edad del hormigón en días, tomando como origen ( $t=0$ ) el instante en el que se vierte el hormigón en el encofrado,  $s$  es un factor que depende del tipo de cemento y toma el valor: 0.2 para cementos de alta resistencia y rápido endurecimiento, 0.25 para cementos de endurecimiento normal y rápido y 0.38 para cementos de endurecimiento lento.  $\alpha$  es un coeficiente que depende de la edad del hormigón y de su resistencia características a los 28 días y cuyo valor es: 1 si  $t < 28$  días, 2/3 si  $t \geq 28$  días y  $f_{ck} \leq 50$  MPa, y 1/2 si  $t \geq 28$  días y  $f_{ck} > 50$  MPa.

$f_{cd}$  es la resistencia de cálculo (o diseño) del hormigón a compresión y  $f_{ctd}$  es la resistencia de cálculo del hormigón a tracción.  $\gamma_c$  es el coeficiente parcial de seguridad del hormigón (habitualmente = 1.5),  $\alpha_{cc}$  coeficiente que considera los efectos negativos de la duración de la carga y de la forma de aplicar ésta.

El EC2 propone  $\alpha_{cc}=1$  aunque permiten valores entre 0,85 y 1.00. Esto es lógico dado el hormigón en servicio estará a valores muy inferiores a  $f_{cd}$  y sólo puntualmente podría estar en valores próximos a  $f_{cd}$ .



Fluencia (deformación tensional en el tiempo, Anejo B del EC2):

$t$  tiempo de evaluación,  
 $t_0$  tiempo en el que se aplica la carga

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{1.05 E_{cm}}$$

$$E_{c,ef}(t, t_0) = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)}$$

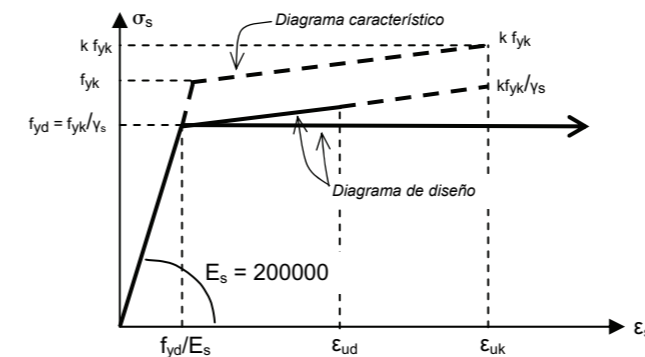
Retracción (deformación atensional, §3.1.4(6)).

$$\epsilon_{cs}(t, t_s) = \epsilon_{cs}(t, t_s) + \epsilon_{cs}(t)$$

$t_s$  tiempo de inicio de la retracción (cuando termina la fase de curado).

Densidad del hormigón (2300 kg/m<sup>3</sup> en masa y ≈2500 kg/m<sup>3</sup> si está armado). Módulo de Poisson 0.2. Coeficiente de dilatación térmica 10<sup>-5</sup>°C<sup>-1</sup>. En rotura el diagrama más sencillo es el rectangular, si  $f_{ck} \leq 50$  MPa →  $\eta = 1$  y  $\lambda = 0.8$ .

**Acero.** Se denomina p.ej. B-400-S. B de barra, 400 MPa de límite elástico o resistencia característica ( $f_{yk}$ ), S de Soldable. Hay aceros de 400 y 500 MPa, soldables S y con especiales características de ductilidad D. El acero tiene un módulo de deformación longitudinal  $E_s=200000$  MPa, una densidad de 7850 kg/m<sup>3</sup> y un coeficiente de dilatación térmica igual que el del hormigón.  $f_{yd}$  (=  $f_{yk}/\gamma_s$ ) es la resistencia de diseño del acero, donde  $\gamma_s$  es el coeficiente de minoración de resistencias del acero, habitualmente = 1.15.

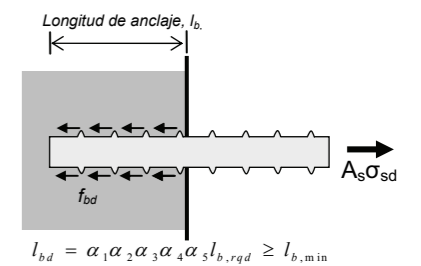


El acero se presenta en barras corrugadas (las corrugas mejoran su adherencia al hormigón). La longitud de adherencia (§8.4) es:

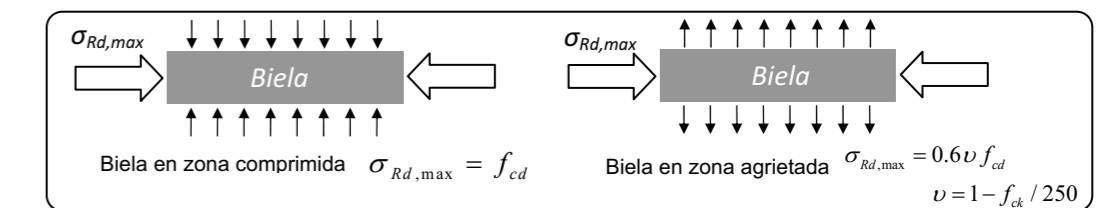
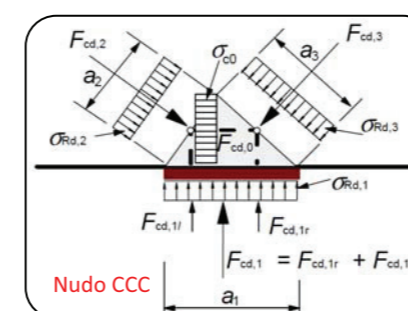
$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}} \quad f_{bd} = 2.25 \eta_1 \eta_2 f_{cd}$$

$\phi$  diámetro de la barra.  $\eta_1=1.0$  en zonas de buena adherencia y 0.7 en zonas de adherencia deficiente.  $\eta_2=1.0$  si  $\phi \leq 32$ mm.

La longitud de anclaje de diseño ( $l_{bd}$ ) viene dada en el §8.4.4.



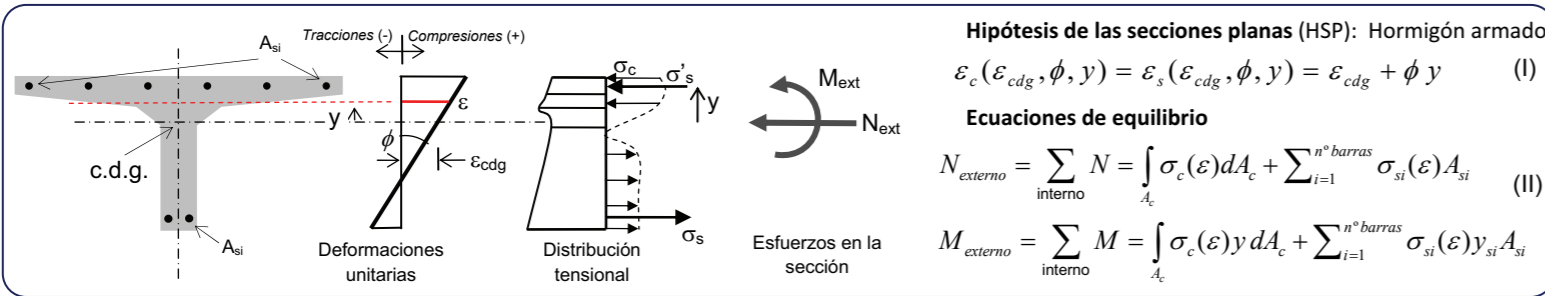
**Bielas y Tirantes (§6.5)**



Nudos: CCC (k=1), CCT (k=0.85), CTT (k=0.75) y compresión triaxial (k=3.0)  $\sigma_{Rd,max} = k v f_{cd}$

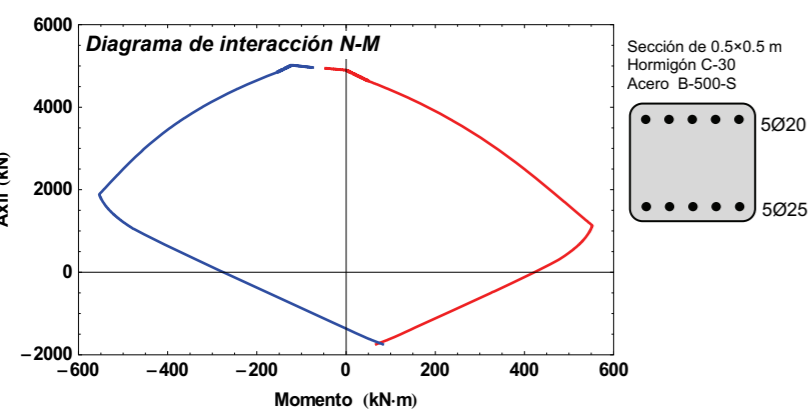
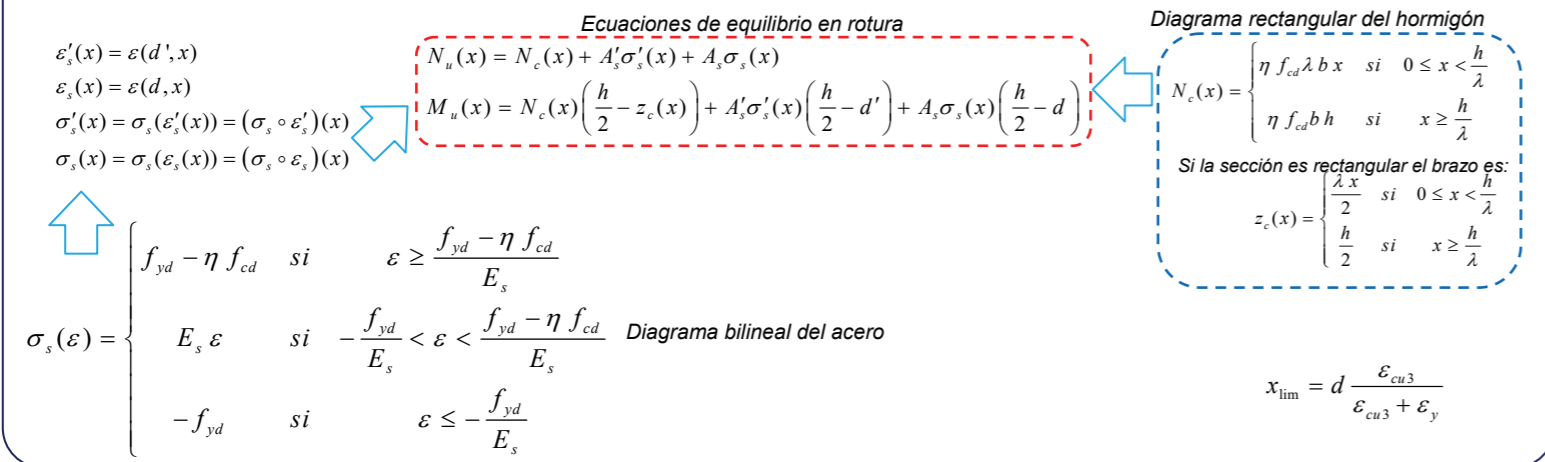
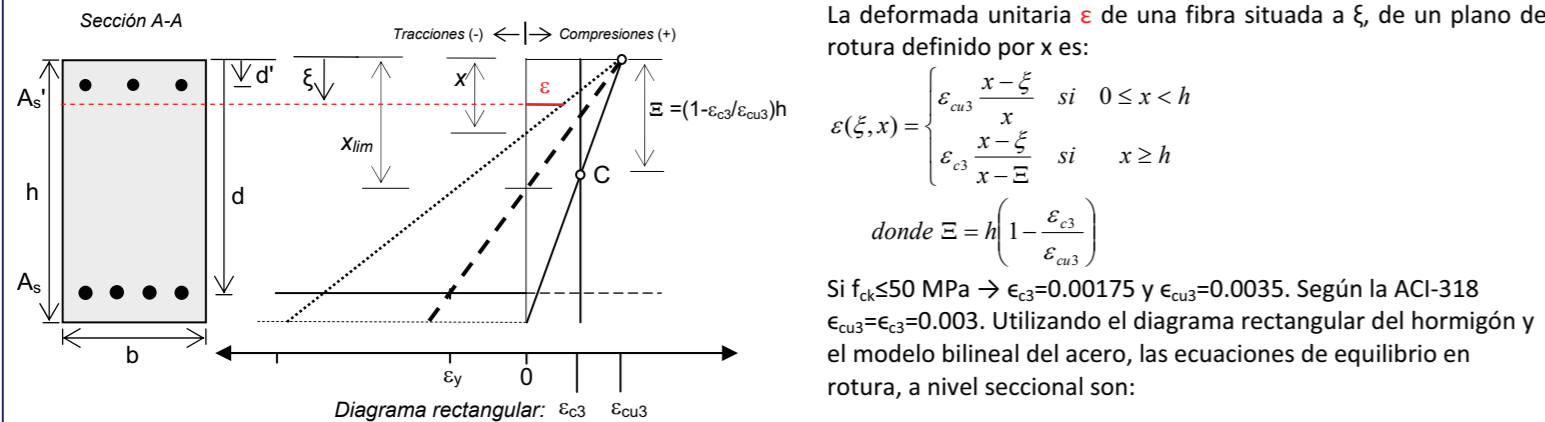
$$v = 1 - f_{ck} / 250$$

**Regiones D y B:** Regiones D (o de discontinuidad) donde no se puede aplicar la hipótesis de Bernoulli -o de las secciones planas-. Región D es la región situada a menos de un canto (h) de la discontinuidad geométrica o de carga. En las zonas D se aplica el método de bielas y tirantes.



En regiones B la deformación unitaria de toda la sección transversal viene dada por dos variables: p.ej. la curvatura ( $\phi$ ) y la deformación unitaria del centro de gravedad ( $\epsilon_{cdg}$ ). Introduciendo la ecuación (I) en las ecuaciones (II), podemos formar curvas Momento-curvatura de una sección transversal de hormigón, esas curvas corresponden a valores constantes del axil exterior, N.

**Flexión en rotura.** La rotura en flexión tiene la particularidad de que se produce exclusivamente porque el hormigón alcanza su deformación unitaria máxima a compresión, i.e. en la fibra más comprimida. Por ello, la deformación de toda la sección transversal (en 2D) viene dada por una sola variable: la profundidad de la fibra neutra (x).  $x \in [0, \infty)$ .



**Diagramas de interacción N-M.** Se obtienen de representar los pares Nu-Mu obtenidos de ir variando x de 0 a  $\infty$  en las ecuaciones de equilibrio en rotura. Pares N-M dentro del diagrama son resistidos por la sección, pares N-M fuera del diagrama no son resistidos por la sección.

**Dimensionamiento de secciones.** Generalmente este término significa que son conocidas las dimensiones de la sección y las acciones que actúan sobre ella, de tal forma que sólo hay que calcular el área de la armadura. Esto puede hacerse utilizando diagramas de interacción. No obstante a resultados del Teorema de Armado a Flexión y de la práctica, se concluye:

1. Para pilares generalmente  $A_s = A'_s$ , con lo cual de las 2 ecuaciones de equilibrio sólo hay dos incógnitas:  $A_s$  y x.

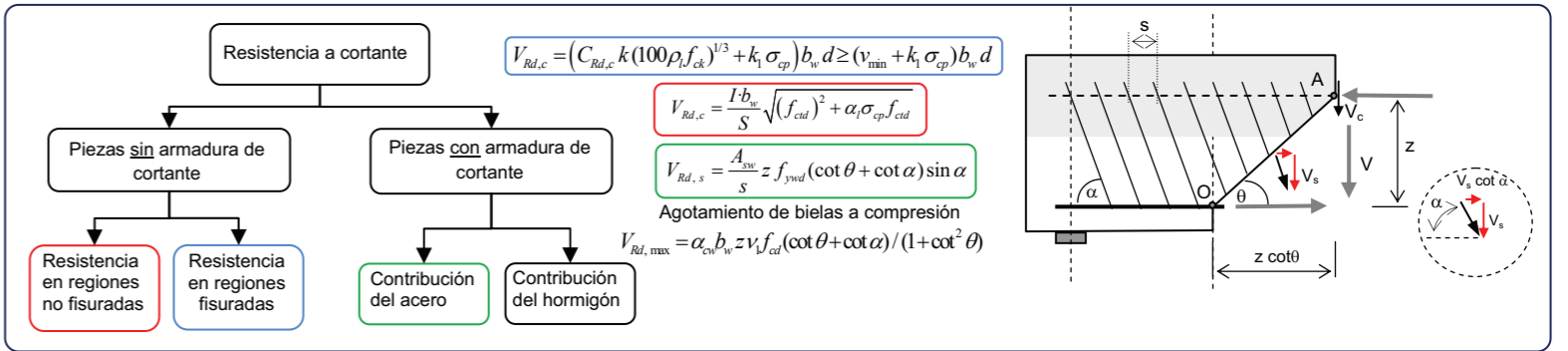
2. Para vigas, se procura que el momento de diseño sea inferior al momento límite (momento correspondiente a  $x_{lim}$ ), en ese caso las ecuaciones de equilibrio sólo tienen 2 incógnitas: x y  $A_s$ . En el resto de casos hay que contemplar las infinitas soluciones del problema de dimensionamiento (p.ej. utilizando RSD -diagramas de dimensionado a flexión-).

Las barras deben de estar espaciadas (§8.2)= Max {el diámetro de la barra, tamaño máximo del árido + 5 mm, 20 mm}. Solape (§8.7).

Cuantía mínima mecánica en vigas (§9.2.1)  $A_{smin} = 0.26 b_t d f_{ctm} / f_{yk}$  ( $b_t$  es la anchura en la zona de tracción). Cuantía mínima por fisuración (§7.3.2). Cuantía mínima en pilares  $A_{smin} = \text{Max}\{0.1 N_{Ed} / f_{yd}, 0.002 A_c\}$ .  $N_{Ed}$  es la fuerza axil de compresión en diseño.

Cuantía máxima en vigas y pilares (en zonas sin solape)  $= 0.04 A_c$  ( $A_c$  es el área de la sección de hormigón).

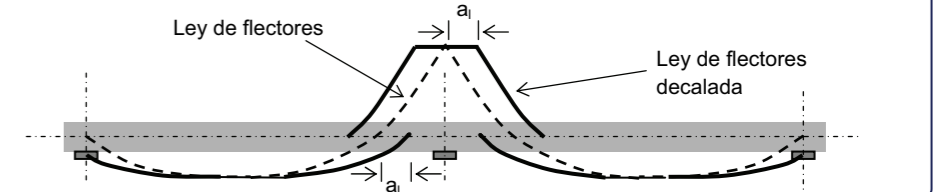
**Cortante, en rotura (§6.2).**



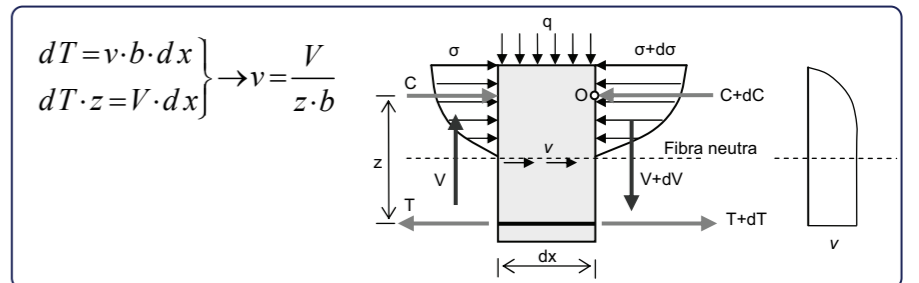
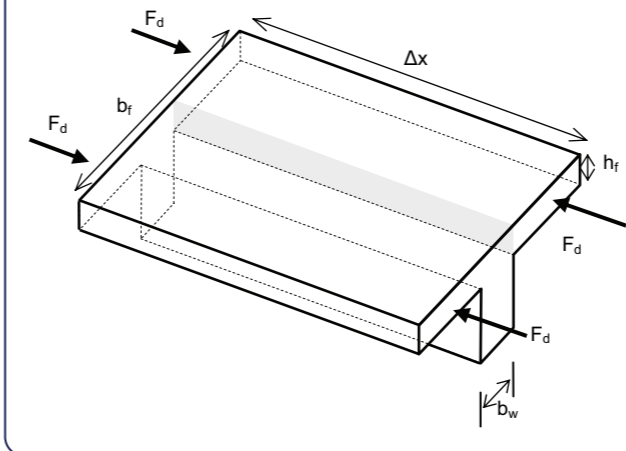
$C_{Rd,c} = 0.18 \gamma_c$ ,  $k = \text{Max}\{1 + \sqrt{200/d}, 2\}$  con d en mm,  $\rho_l = A_{sl} / (b_w d)$ ,  $A_{sl}$  es el área de armadura longitudinal,  $b_w$  es la anchura menor de la sección transversal en el área traccionada,  $k_1 = 0.15$ ,  $\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0.2 f_{cd}$  (MPa),  $v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$ , l es el momento de inercia, S es el momento estático del área por encima de la fibra que pasa por el centro de gravedad y respecto a dicha fibra,  $\alpha_i = 1$  si no hay pretensado.  $A_{sw}$  es el área de la sección transversal de la armadura de cortante,  $f_{ywd}$  es el límite elástico de cálculo de la armadura de cortante. z es el brazo mecánico, si no se conoce se puede estimar como 0.9d. Si no existe acero pretensado  $\alpha_{cw} = 1$ , si  $f_{ck} \leq 60$  MPa.

Decalaje de la ley de flectores (§9.2.1.3 y §6.2.3(7))

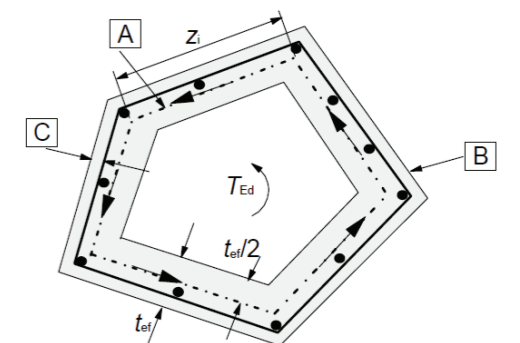
$$a_l = z \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) / 2 \approx d$$



**Cortante ala-alma (§6.2.4).**



Cortante en la interfaz entre hormigones hormigonados en distintos tiempos (§6.2.5).



**Torsión (§6.3.2).** La torsión en hormigón se apoya en la teoría de torsión de perfiles delgados cerrados.

$\mathbb{A}$  es la línea media ( $u_k$ ),  $\mathbb{B}$  es el perímetro exterior (u) y  $\mathbb{C}$  es el recubrimiento. A es el área total de la sección transversal dentro del perímetro exterior e incluyendo los huecos.  $t_{ef,i}$  es el espesor eficaz de la pared i, se puede tomar como  $A/u$ , pero no se debe tomar como menos de dos veces la distancia entre el borde y el centro de la armadura longitudinal, además para secciones huecas el espesor real es un límite superior. Los espesores eficaces definen la línea media  $u_k$ .  $A_k$  es el área encerrada por  $u_k$ , incluyendo las áreas internas huecas.

La tensión de cortante  $\tau_{ef,i}$  en cada pared i, debido al torsor aplicado  $T_{Ed}$  y la fuerza de cortante en la pared i ( $V_{Ed,i}$ ) debida al torsor son:

$$\tau_{t,i} t_{ef,i} = \frac{T_{Ed}}{2 A_k} \quad V_{Ed,i} = \tau_{t,i} t_{ef,i} z_i$$