



**Academia de Ciencias Matemáticas,
Físico-Químicas y Naturales de Granada**

LOS ORÍGENES DEL ANÁLISIS NUMÉRICO EN ESPAÑA

DISCURSO LEÍDO EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN
COMO ACADÉMICO CORRESPONDIENTE POR EL

ILMO. SR. D. MARIANO GASCA GONZÁLEZ

Granada, 2019



**Academia de Ciencias Matemáticas,
Físico-Químicas y Naturales de Granada**

LOS ORÍGENES DEL ANÁLISIS NUMÉRICO EN ESPAÑA

DISCURSO LEÍDO EN EL ACTO DE SU RECEPCIÓN
COMO ACADÉMICO CORRESPONDIENTE POR EL

ILMO. SR. D. MARIANO GASCA GONZÁLEZ

Granada, 2019

LOS ORÍGENES DEL ANÁLISIS NUMÉRICO EN ESPAÑA

MARIANO GASCA GONZÁLEZ

**Excelentísimo Sr. Presidente,
Excelentísimos e Ilustrísimos Señores Académicos,
Señoras y Señores,**

Agradezco profundamente a la Academia de Ciencias de Granada el honor que me confiere al elegirme Académico Correspondiente. He pensado dedicar el discurso a los orígenes del Análisis Numérico en España en los años 70, porque el tema me permite profundizar en mi relación con esta Universidad y además es bastante menos técnico que otras opciones más especializadas, no tan adecuadas para el público en general.

El Análisis Numérico en la historia

Si llamamos Análisis Numérico a la rama de las matemáticas que estudia los métodos constructivos de resolución efectiva, numérica, de problemas matemáticos, su origen puede remontarse a la Antigüedad. Arquímedes, 250 años antes de Cristo, dio con gran precisión el valor del número Pi aproximando la circunferencia con los perímetros de polígonos inscritos y circunscritos a ella, es decir mediante lo que llamamos hoy un

proceso de extrapolación. También parece que, en la Edad Media, matemáticos árabes del Asia Central, como Al-Biruni, utilizaban interpolación cuadrática en sus cálculos. El nacimiento del Álgebra, ocurrido en esa zona, se debe a Al Kwarithmi, en honor del cual se usa la palabra algoritmo para describir los pasos necesarios para resolver un problema. De allí también, por vía de los árabes del sur de España y de los monasterios hispánicos que tenían relación con ellos, y por otro lado por vía de Leonardo Fibonacci, llegó a occidente la numeración indo-arábiga que hoy usamos y que tanto facilitó los cálculos.

A partir de entonces empieza verdaderamente el desarrollo de la matemática occidental. La interpolación comenzó a usarse sistemáticamente por los matemáticos británicos inmediatamente anteriores a Isaac Newton, para el cálculo logarítmico. Se tiene a Thomas Harriot (1560-1621) como el primero en utilizar el cálculo de diferencias finitas, aunque fue Henry Briggs (1556-1630) quien lo hizo más conocido al usarlo para subtabular en sus tablas logarítmicas, con las que daba una nueva versión de las de John Napier (1550-1617) y del suizo Joost Bürgi (1552-1632). Quizás podría compararse el hito que supusieron los logaritmos en el cálculo en el siglo XVI con la aparición de los ordenadores a mediados del siglo XX.

Así pues, la interpolación es, históricamente, el primer problema de lo que luego se llamará Análisis Numérico. El nombre de interpolación parece ser debido a John Wallis (1616-1703), pero como en tantos otros campos de la matemática es el omnipresente Isaac Newton (1642-1727) el gran impulsor de la teoría. En esa época, la correspondencia epistolar y la comunicación personal eran las formas más habituales de transmitir las ideas y los resultados, además de su presentación en sociedades científicas y Academias. Por una carta en 1676 a Henry Oldenburg, matemático alemán que vivió en Inglaterra y fue secretario de la Royal Society, se sabe que Newton apreciaba

como uno de sus más bellos resultados la determinación de una curva que pasa por unos puntos dados (posiciones de un cometa) mediante la fórmula que lleva su nombre. Con su discípulo Roger Coates (1682-1716) la utilizó para el cálculo aproximado de integrales mediante fórmulas de cuadratura. Junto a Newton cabe destacar a James Gregory (1638-1675), a pesar de su prematura muerte. Tras ellos, James Stirling (1692-1770), Brook Taylor (1685-1731), Edmond Halley (1656-1743) y Colin Mc Laurin (1698-1746) entre otros, constituyen una muestra de la pujanza de la matemática británica en el siglo XVIII. Es de notar la abundancia de escoceses entre ellos.

Muchas de las representaciones del polinomio de interpolación posteriormente reformuladas eran ya conocidas por este grupo, como sucede con la llamada fórmula de Lagrange, es decir la que da el polinomio como suma de los valores de la función multiplicados por polinomios que valen 1 en uno de los puntos dados y 0 en los restantes. La costumbre, entonces frecuente, de utilizar resultados sin precisar cómo se han obtenido, dificulta mucho el atribuir una fórmula o un método a un autor, siendo que a veces aparece en medio de unos cálculos que eran los que verdaderamente le interesaban a aquél.

Propiamente se conoce como fórmula de Newton, o de Newton-Gregory, para el polinomio de interpolación a la que lo da en función de las diferencias finitas para datos en puntos equidistantes. Por extensión de la propiedad de esa formulación de ser recurrente, en el sentido de que el añadir un dato más de interpolación en un nuevo punto equivale a añadir un término más, se mantiene el nombre de fórmula de Newton a la que da el polinomio de interpolación en función de las diferencias divididas para puntos cualesquiera., aunque las diferencias divididas fueron introducidas por Cauchy en el siglo XIX.

Junto a Newton, el nombre más indisolublemente ligado a la

interpolación es el de Joseph-Louis de Lagrange (1736-1813), nacido en Turín de familia francesa. Además de la fórmula que lleva su nombre, se suele hablar de interpolación lagrangiana a la que usa como datos únicamente valores de la función en unos puntos, para distinguirla de otras (Hermite, Hermite-Birkhoff) que usan también valores de algunas derivadas de la función en esos puntos. Es de citar, al paso, que el nombre de Análisis Numérico para designar el estudio de los métodos constructivos de resolución de problemas matemáticos, popularizado tras la creación en California hacia 1948 del Instituto de Análisis Numérico (a raíz de la aparición de los primeros ordenadores), aparece ya en uno de los trabajos presentados por Lagrange a la Academia de Ciencias de París a finales del siglo XVIII.

Los métodos iterativos para la resolución de ecuaciones algebraicas tienen su origen también en Newton y sus coetáneos. El llamado método de Newton o de Newton-Raphson, que utiliza valores de la función y de su derivada en la estimación de un cero desconocido de esa función, tiene su origen en Newton, que lo usó para el cálculo de las raíces de algunas ecuaciones concretas. Raphson lo sistematizó en 1690 pero reconoció su inspiración en aquel.

La invención del cálculo infinitesimal fue claramente debida a Newton y Leibniz, pero la fundamentación del análisis clásico es debida en gran parte a Leonhard Euler, de Basilea, discípulo de la familia Bernoulli pero que trabajó gran parte de su vida en San Petersburgo. El método más simple para la resolución aproximada de un problema de valor inicial en una ecuación diferencial ordinaria fue sugerido por Euler hacia 1769 como un paso en su estudio de otras cuestiones y, aunque no entrara en su interés su uso más extendido, fue el origen de la resolución numérica de ecuaciones diferenciales.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), con su gusto por el cálculo, es

también fundamental para los métodos numéricos. Por ejemplo, tomó la idea de las fórmulas de cuadratura de Newton-Coates y estudió la posibilidad de elegir los puntos en que se evalúan los valores de la función adecuadamente para conseguir más precisión, encontrando los que producen mayor grado de exactitud y calculando muchos de sus pesos. Jacobi y Chebyshev también trabajaron en ello, y con Gauss encontraron la relación con los polinomios ortogonales. Tanto Gauss como Jacobi (1804-1851) impulsaron la resolución exacta y aproximada de los sistemas lineales de ecuaciones algebraicas. Gauss estudió también la interpolación trigonométrica, pasando de ahí a lo que hoy se conoce como algoritmo Cooley-Tuckey para la transformada rápida de Fourier, fundamental en el tratamiento digital de señales. Gauss usó la idea para interpolar las trayectorias de los asteroides Pallas y Juno pero pasó desapercibido y fue reinventado varias veces en los siglos XIX y XX.

Augustin Louis Cauchy (1789-1857) estudió las diferencias divididas dando gran impulso a la interpolación en su fórmula de Newton, interesándose también en la interpolación trigonométrica, aparentemente sin conocer los resultados de Gauss. También estudió la convergencia del método de Newton-Raphson y la convergencia del método de Euler para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Esta última se desarrolló fuertemente a finales del siglo XIX y principios del XX. Por un lado, John Couch Adams, astrónomo, conjuntamente con Bashforth, y más tarde Moulton, introdujeron los métodos de varios pasos. Por otro lado, en una dirección completamente distinta K. Heun, C. Runge y W. Kutta desarrollaron ingeniosos métodos de un paso con mayor orden de convergencia que el método de Euler, lo que hoy es conocido como métodos Runge-Kutta. Todo ello influyó en la necesidad de medios de cálculo más potentes a lo largo de la primera mitad del siglo XX hasta llegar al ENIAC, primer computador electrónico propiamente dicho como veremos

posteriormente. De hecho, uno de los primeros problemas tratados en el ENIAC usaba el método de Heun.

Se debe a Blas Pascal, en 1642, la primera máquina de calcular mecánica conocida, que servía para sumar. Leibniz la mejoró, consiguiendo multiplicar, en 1670. Anteriormente, en el siglo XVI, John Napier, además de introducir los logaritmos, inventó los “huesos de Napier”, varillas de marfil usadas para calcular mecánicamente multiplicaciones, divisiones y raíces cuadradas y cúbicas.

Un paso adelante para los futuros ordenadores se debe al estadounidense Herman Hollerith con las tarjetas perforadas. Usando una idea de un inventor de telares francés para controlar los diseños de tejidos hacía pasar las tarjetas por contactos eléctricos para procesar los datos del censo de USA en 1890.

A lo largo del siglo XIX el inglés Charles Babbage había diseñado una serie de máquinas que culminó con su máquina analítica, que ya tenía las características de los primeros ordenadores del siglo XX: entrada por tarjetas perforadas, memoria, procesador e impresora. Junto con su colaboradora Ada Byron son considerados los padres de la informática. Sin embargo la tecnología de la época no permitió la construcción efectiva completa de la máquina y quedó olvidada hasta el siglo XX.

Entre los inventores que siguieron las ideas de Babbage está Leonardo Torres Quevedo, que presentó en 1920 en París su Aritmómetro electromecánico, ya digital. En las dos guerras mundiales se usaron con fines militares sistemas informáticos analógicos, primero mecánicos y luego eléctricos.

Durante la segunda guerra mundial, un equipo de científicos construyó en Londres lo que se considera el primer ordenador digital completamente electrónico, el Colossus. Dirigido poco después por el matemático Alan

Turing, fue usado para descifrar las claves alemanas de la máquina Enigma, contribuyendo a acortar la duración de la guerra en varios años. Turing también diseñó otra computadora electrónica digital y construyó una para la Universidad de Manchester, pero mientras tanto los americanos, con algunos pasos intermedios, consiguieron construir en 1945 el ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer). Contenía 18000 válvulas de vacío y su velocidad era de varios cientos de multiplicaciones por minuto.

Un sucesor del ENIAC, siguiendo las instrucciones del húngaro-estadounidense John von Neumann, permitió aumentar vertiginosamente la velocidad de cálculo con el uso de una memoria de la que carecía su predecesor. A finales de los 50 los transistores sustituyeron a las válvulas y, a finales de los 60, los circuitos integrados con silicio abarataron y redujeron el tamaño de los ordenadores.

Así pues, los métodos numéricos han estado presentes en las matemáticas de los últimos 500 años y con casi todos los grandes matemáticos, pero las dificultades de cálculo hicieron que tuvieran un uso muy limitado. Se considera que el Análisis Numérico moderno nace con los primeros ordenadores electrónicos, concretamente con el Institute for Numerical Analysis de la Universidad de California en Los Ángeles, creado en 1947 como una sección del National Bureau of Standards americano. Parece que el primer trabajo publicado al estilo del Análisis Numérico actual es el de J. v. Neumann y H. Goldstine “*Numerical inverting of matrices of high order*”, en el Bulletin of the American Mathematical Society de 1947. Es uno de los primeros en estudiar los errores de redondeo y discusión del tema al estilo de lo que hoy también se llama Cálculo Científico.

Los países que antes se incorporaron al estudio de los métodos numéricos y a su uso con ordenadores fueron Estados Unidos, Gran Bretaña y Alemania. A pesar de su potencia matemática tradicional, a Francia le costó

incorporarse, porque en los 50 y 60 estaba en pleno apogeo formalista del grupo Bourbaki. Y como en aquella época las pocas relaciones exteriores de los matemáticos españoles tenían lugar, fundamentalmente, con Francia, España quedó aislada de la nueva tendencia.

Dentro de Gran Bretaña, es de destacar el papel de Escocia. Además de una gran tradición matemática, allí tuvieron la fortuna de contar como profesor en Edimburgo desde 1912 con Edmund T. Whittaker (1873-1956). En 1913 abrió un Laboratorio Matemático en Edimburgo donde los estudiantes aprendían a calcular con máquinas, incluyendo interpolación, determinantes, resolución numérica de ecuaciones algebraicas, integración numérica, mínimos cuadrados y resolución numérica de *ecuaciones* diferenciales, es decir un programa de Análisis Numérico moderno.

Generó tal interés que la Edinburgh Mathematical Society organizó un coloquio veraniego con el fin de atraer la atención sobre esos temas. Con esto seguía la tradición de Napier más de tres siglos atrás. Secundado por David Gibb organizaron un verdadero curso en Análisis Numérico, fruto del cual Gibb publicó en los Edinburgh Mathematical Tracts (editados por Whittaker) en 1915 “*A course in interpolation and numerical integration for the mathematical Laboratory of Edimburgh*” donde, al parecer, se usa por primera vez el término “integración numérica”. Con George Robinson, Whittaker publicó en 1924 el libro “*The calculus of Observations: a treatise on Numerical Mathematics*” con los temas enseñados en el Laboratorio en la década anterior.

En 1923 llega a Edimburgo, para estudiar con Whittaker, Alexander Craig Aitken (1895-1967), neozelandés de familia escocesa, gran calculista e investigador, que aportó nuevas formas de calcular el polinomio interpolador, un método de aceleración de la convergencia de sucesiones, y el álgebra lineal numérica entre otros temas. Varios algoritmos llevan su

nombre y otros varios están inspirados en sus ideas. Un curso llamado Mathematical Laboratory continuó en Edimburgo hasta 1960 en que cambió el nombre por Numerical Analysis. En ese tiempo los alumnos del Departamento de Matemáticas disponían ya de calculadoras manuales adecuadas al curso.

En la época final de Aitken coge el relevo del interés por el Análisis Numérico la Universidad de St. Andrews, a través de la actividad de A. R. Mitchell (1921-2007) y unos años después la vecina, recién creada, Universidad de Dundee, al trasladarse Mitchell allí. Junto con sus colaboradores. La gran actividad de Mitchell consiguió tener una serie de conferencias internacionales bianuales, que fueron durante mucho tiempo las más prestigiosas del mundo en Análisis Numérico. Comenzaron en St. Andrews pero en seguida pasaron a Dundee, donde permanecieron hasta 2009 en que, fallecido Mitchell, pasaron a Glasgow. Junto a ellas, programas de posgrado atractivos, difusión de resultados y establecimiento de relaciones con la matemática numérica rusa, acciones especiales realizadas en Dundee, etc, hicieron de esta Universidad un centro de mucho prestigio en la especialidad. Contrasta esto con la situación en España que es analizada en la próxima sección.

Situación de las Matemáticas en España en los años 60

Para entender la situación de las Matemáticas en España en los años 60 hay que estudiar la historia de los siglos anteriores. Desde el Renacimiento, y por muy diversas razones, España destacó mucho más en las artes que en las ciencias. Contrariamente a las naciones más importantes de Europa, no tiene nombres ilustres en las Ciencias hasta el siglo XX. En particular en las Matemáticas, salvo en los temas de navegación o astronomía, como es el caso de Jorge Juan, no hay figuras internacionales de primera fila.

Quedó fuera de las grandes corrientes de los siglos XVII al XIX.

Muchas razones se han dado para esto, como la expulsión de los judíos por los Reyes Católicos, la intransigencia religiosa, el mayor gusto de los Reyes y los poderosos por las Humanidades, las interminables guerras de religión, la ruina del Imperio, etc., pero países circundantes tuvieron algunos de esos problemas y sí tienen grandes figuras. Mientras Gran Bretaña destacó en Matemáticas, sobre todo en los siglos XVII y XVIII, y Alemania en el XIX, con Francia junto a ellas, España permaneció al margen. Incluso ya en el siglo XX, los matemáticos de más renombre nacional, como por ejemplo Julio Rey Pastor, Eduardo Torroja o Zoel García de Galdeano, lo tienen por sus viajes o contactos con universidades europeas para importar aquí las nuevas tendencias, pero no como creadores. Así García de Galdeano (1846-1924) formó en Zaragoza una excelente biblioteca matemática que aún se mantiene y una revista matemática, “El Progreso de las Ciencias”, ambas sufragadas íntegramente por su modesto peculio particular. Además, mantenía contactos con matemáticos extranjeros. Julio Rey Pastor (1888-1962), su discípulo más aventajado en Zaragoza, con tesis doctoral en Madrid bajo la dirección de Eduardo Torroja y supervisada por el alemán Félix Klein, llamaba a García de Galdeano “apóstol de la matemática moderna”.

Rey Pastor es considerado el modernizador de la matemática española, pero su dispersión entre Argentina y España, las circunstancias políticas en la primera mitad del siglo XX, u otras razones, hacen que su labor más fundamental sea la de sus excelentes libros docentes. A pesar de ello merece todo el reconocimiento posible por, al menos, romper los moldes habituales y por instar a sus discípulos a salir a estudiar al extranjero, como sucedió por ejemplo con Luis Santaló (1911-2001), que en 1934 fue a Hamburgo a hacer su tesis doctoral con W. Blashke, y luego siguió una exitosa carrera docente e investigadora, pero en Argentina, a donde le llevaron las guerras española

y mundial y el aliento de Rey Pastor. A caballo entre Barcelona y Madrid también fue muy activo, y también de formación alemana, Esteban Terradas, matemático, físico e ingeniero.

Todo esto es muy poco bagaje para España. Hasta principios de los años 50 las tesis doctorales debían ser defendidas en la Universidad de Madrid. Hubo unos pocos años en los 30 en que se dio una cierta autonomía a las universidades, y se permitió leer al menos una tesis doctoral en Matemáticas en la Universidad de Barcelona. Sin embargo, ya en los 40 sólo era posible, de nuevo, en Madrid.

Los profesores de las universidades de Madrid, Barcelona y Zaragoza, que eran las tres únicas en las que había estudios de Matemáticas, eran, hasta los años 60, discípulos directos o indirectos de los antes citados. El perfil general era de gente estudiosa, con buena formación teórica, que vivían el aislamiento internacional de España y por tanto tenían pocos contactos exteriores, quizás un poco con Italia. Pensaban, como les habían transmitido y transmitían, que era muy difícil producir resultados nuevos en la investigación matemática. Dirigían muy pocas o ninguna tesis doctorales, de las que, a lo más, salía una publicación en una revista nacional. Las de mayor prestigio de ellas eran *Collectanea Mathematica*, publicada en la Universidad de Barcelona, *Revista Matemática Hispanoamericana*, publicada en Madrid y *Revista de la Real Academia de Ciencias de Madrid*, esta entonces generalista, contrariamente a las anteriores, exclusivamente matemáticas. También había revistas generalistas en otras Academias de Ciencias, como la de Zaragoza, que ya es centenaria.

Entre 1940 y 1965 la mayoría de las tesis doctorales en Madrid fueron dirigidas por Ricardo San Juan, Tomás Rodríguez Bachiller y Pedro Abellanas, secundados por Sixto Ríos entre otros.

A partir de 1953 ya se leyeron tesis de Matemáticas en Barcelona,

como la de Rafael Aguiló, dirigida por Joan Augé. En 1943 fue muy celebrado un ciclo de conferencias del italiano Luigi Fantappiè en Barcelona y Madrid, sobre funcionales analíticos, y su aplicación a ecuaciones en derivadas parciales fue el tema de las tesis tanto de Augé como de Aguiló y otras dos más.

En Zaragoza la primera fue dirigida por Baltasar Rodríguez-Salinas en 1960. A partir de ahí ya se empezaron a defender en Santiago de Compostela, con Vidal Abascal, Valencia con Valdivia, etc.

Hasta bien entrados los 70, los directores de tesis doctorales eran muy rigurosos con la normativa, en la que se hablaba de trabajo original e inédito, por lo que nada se publicaba antes de su defensa e incluso ni se anunciaba en congresos nacionales, contrariamente a lo que sucede actualmente, en que una tesis viene avalada por las publicaciones que tiene en marcha. Además, el director no figuraba en la publicación, sólo el doctorando, y se enviaba a una de las revistas nacionales o locales antes citadas, y en español, porque era la costumbre y porque ni directores ni doctorandos andábamos muy fuertes en otros idiomas. Naturalmente los doctorandos de entonces seguíamos esas normas.

A lo largo de la década de los 60 hay una eclosión de nuevas licenciaturas en Matemáticas en las Universidades españolas: Santiago de Compostela, Sevilla, Granada, Valencia, Valladolid, Salamanca, La Laguna, Autónomas de Madrid, Barcelona y Bilbao, etc. En casi todas se comenzó con profesores que ya estaban en aquellas ciudades por otros motivos o que provenían de Madrid o Barcelona, con un perfil que reproducía en general el del profesorado de esas dos universidades, que era el citado arriba.

La década de los 70

En la Universidad Complutense de Madrid se estaba formando un

fuerte grupo de ecuaciones en derivadas parciales y análisis de Fourier alrededor de Alberto Dou, que era de los pocos que, con relaciones internacionales, enviaba a sus discípulos al extranjero. Así había ido Miguel de Guzmán a Chicago con Alberto Calderón y Antonio Valle a París con Jacques Louis Lions. Este último, además de gran investigador en problemas de control en ecuaciones en derivadas parciales había sido el principal motor del interés sobre Análisis Numérico en Francia y lo había promovido en sus discípulos.

Mi tesis doctoral en Zaragoza en 1970 versó sobre el uso de los funcionales analíticos de Fantappiè sobre ecuaciones en derivadas parciales y el objetivo que se consiguió fue que las 4 tesis elaboradas en Barcelona en los años 50 que ya hemos comentado quedaran como 4 casos particulares del procedimiento que proponíamos. Mi director de tesis, Baltasar Rodríguez-Salinas, fue el primero que las dirigió en Zaragoza y tenía una mente matemática extraordinaria, limitada en la práctica por la situación que ya he descrito de la época, puesto que publicaba en revistas nacionales y locales exclusivamente, y en español.

En Zaragoza empezaba a haber visitas de profesores franceses, en parte por las relaciones del recién llegado catedrático José Luis Viviente, después de 10 años de estancia en París. Entre ellas, unas conferencias de Jacques Louis Lions, a raíz de las cuales mi director de tesis me recomendó interesarme en Análisis Numérico, indicándome que no había nadie en España trabajando en eso mientras que había una gran competencia en ecuaciones diferenciales, el tema de la tesis. Efectivamente así era, por lo que con su ayuda y la de Viviente solicité a Lions que me acogiera en su grupo para informarme de la bibliografía básica de Análisis Numérico y asistir a sus clases de esta materia, tanto de segundo como de tercer ciclo en la Universidad París VI. Siendo ya doctor en España fui bien aceptado por Lions

y allí estuve un semestre del curso 1970-71.

Aunque mi tesis se había leído en Zaragoza, mi universidad de origen, en 1970 hacía ya dos años que yo era catedrático de la Escuela de Ingeniería Técnica de Bilbao y contratado por la nueva Universidad Autónoma de esa ciudad, creada en 1968 y ambas permitieron mi estancia en París. La Facultad de Ciencias de Bilbao estaba dirigida por el decano Justo Mañas Díaz, que se había trasladado de la Facultad de Ciencias de Granada para ese cometido. No habiendo un fuerte sustrato científico en Bilbao, aunque sí de ingeniería, Mañas tuvo que llevar desde Granada a un importante grupo de profesores jóvenes, muchas veces recién licenciados, además de reclutar en Bilbao a los que éramos profesores de Institutos o ingenierías. De ahí nace mi gran amistad con varios matemáticos granadinos, ahora ya jubilados, que ha pervivido a lo largo de tantos años.

En 1971 la Universidad Autónoma de Bilbao estaba en su tercer curso de vida y con una libertad desconocida en el resto de España en cuanto a planes de Estudio, en parte por las habilidades de Mañas. Cuando las Facultades de Ciencias españolas estudiaban durante años la implantación de una nueva sección, Mañas consiguió, con un plan de estudios abierto, que el Ministerio aceptara como hecho consumado que allí estaban las cinco secciones tradicionales Química, Física, Matemáticas, Biología y Geología, todas de golpe y con muy poco profesorado estable. Al principio era yo el único doctor en Matemáticas y me permitieron ir implantando sucesivamente cursos de Análisis Numérico, importando los programas de París. Incluso en 1972 crearon la primera cátedra de Análisis Numérico, que pude conseguir con sólo 29 años. Ya entonces en Bilbao los cursos de Análisis Numérico tenían contenidos homologables a los de cualquier universidad extranjera, siempre en torno a los temas básicos: interpolación de funciones, aproximación por mínimos cuadrados y uniforme de funciones, métodos

directos e iterativos para la resolución de sistemas lineales incluso con un elevado número de incógnitas, resolución aproximada de ecuaciones algebraicas, resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias y de ecuaciones en derivadas parciales.

Se pobló la nueva biblioteca de la sección de Matemáticas de Bilbao con bibliografía y con revistas de investigación, sobre todo de Análisis Numérico, como *Numerische Mathematik*, *Mathematics of Computation* o *Journal of Approximation Theory* y aunque poco a poco se fueron incorporando catedráticos y profesores de otras especialidades matemáticas se consiguió una verdadera especialización en Análisis Numérico. Alumnos de Bilbao muy brillantes a nivel internacional fruto de esa especialización son por ejemplo Enrique Zuazua, o María Jesús Esteban, la cual tras doctorarse con el medalla Fields Pierre Louis Lions (hijo de Jacques Louis) ha llegado a ser en estos últimos años presidenta de ICIAM, la sociedad que organiza cada 4 años los congresos mundiales de Matemática Aplicada e Industrial de los que el de 2019 tendrá lugar en Valencia.

Volviendo al principio de los años 70, tras mi regreso de París comprobé que empezaba a surgir en varias universidades el interés por los métodos numéricos y por las prácticas en los incipientes y rudimentarios computadores, pero al no haber ningún especialista se limitaban a poner asignaturas optativas con el nombre de Cálculo Numérico con un contenido muy elemental o de retazos de otras materias, a diferencia de lo que estábamos haciendo en Bilbao. Además, se asignaba la materia al profesor que necesitaba cubrir el expediente. Esto sucedía incluso en las universidades de Madrid y Barcelona. Como la idea básica del Análisis Numérico es traducir al lenguaje de ordenador la resolución de problemas, sobre todo del Análisis Matemático, pero también del Álgebra Lineal, con frecuencia era considerado esto, por desconocimiento, como matemática menor.

En Santiago de Compostela estaba Antonio Valle, cuya tesis sobre control óptimo en ecuaciones diferenciales había sido codirigida por Alberto Dou y Jacques Louis Lions en 1964, y por sus contactos con éste también vio el interés de los métodos numéricos. Valle envió en los años 70 al recién licenciado Alfredo Bermúdez de Castro a París para hacer cursos de doctorado y a su vuelta a Santiago en 1974 realizó su tesis doctoral también en control óptimo, pero con métodos numéricos. Creo que esta fue la primera tesis en Análisis Numérico leída en España. Dirigida por Antonio Valle pero realmente elaborada en su mayor parte en París.

Un año más tarde se leería en Bilbao la que creo es la primera tesis de Análisis Numérico elaborada totalmente en España, la de José Antonio Cordón, licenciado de Granada: *Aplicaciones de una generalización de la fórmula de Taylor a diversos problemas de Análisis Numérico*. Y al año siguiente la segunda, de Francisco Lisbona, licenciado de Zaragoza: *Aproximación algebraica de formas lineales*. Este último título era una concesión al lenguaje de la llamada entonces matemática moderna que inundó hasta la escuela más elemental durante unos años. Había que decir “formas lineales” en lugar de derivada en un punto e integral definida en una y varias variables.

El despegue internacional de la ciencia más cercana a las Matemáticas, la Física, había tenido lugar unos años antes, pero los matemáticos, a pesar de las incipientes relaciones establecidas, estábamos todavía en la primera mitad de los setenta muy aislados y además obnubilados por el formalismo importado de Francia. Aburrimos a generaciones de alumnos de primaria con formalismos absurdos traídos de allí e impuestos aquí sin clase. En cambio Francia tenía figuras como Lions que hicieron de puente entre el formalismo y la Matemática Aplicada y así la matemática francesa se mantenía en primera fila. Y yéndonos más lejos, compárese la situación española con la

tradición y formación que tenían por ejemplo en Escocia, como hemos visto antes.

Siguiendo, pues, con la costumbre de entonces publicamos con Cordón, a partir de su tesis, un trabajo en la revista de la Academia de Ciencias de Zaragoza, en español, titulado *Generación de métodos de un paso para la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales*. En él construíamos una generalización de la fórmula de Taylor y la usábamos para formar métodos que incluían como caso particular los Runge-Kutta con otros que usaban valores de la derivada de la función. Para nuestro asombro, un par de años después ese artículo en español en una revista local aparecía revisado en el *Mathematical Reviews* por un matemático muy conocido llamado Lawrence Shampine, que se había tomado la molestia de leerlo en español y hacía una crítica normal, nada negativa. Años más tarde, el neozelandés J.C. Butcher, quizás el matemático más relevante en la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales ordinarias entonces, incluía nuestro artículo en la bibliografía de su libro *The Numerical Analysis of Differential Equations*

En 1976 la UNED me contrató para escribir los textos de sus asignaturas de Cálculo Numérico. Y, curiosamente, mantuvo, con actualizaciones, el texto correspondiente al tercer curso de Matemáticas ¡durante treinta y cinco años!, hasta 2012.

La expansión de las secciones de Matemáticas en casi todas las Universidades españolas provocó la necesidad de atender las enseñanzas de Análisis Numérico y eso siguió atrayendo la atención de jóvenes doctores de otras materias matemáticas. Así, en varias de esas universidades había grupos de investigación en Mecánica Celeste y en Sistemas Dinámicos, y algunos de sus investigadores vieron la utilidad de formarse en Análisis Numérico. Por ejemplo, Carles Simó, en Barcelona y Manuel Calvo, en Zaragoza. Este

último, con tesis doctoral dirigida por Rafael Cid, marchó un año a Leiden (Holanda) para formarse en Análisis Numérico con Marc Nico Spijker, uno de los mejores investigadores europeos en resolución numérica de ecuaciones diferenciales.

También decidió un cambio de rumbo un joven doctor en Análisis Funcional de la Universidad de Valladolid, Jesús M. Sanz Serna. Eligió ir a formarse a la Universidad de Dundee, que como hemos dicho antes era, en aquellos momentos, una de las más activas de Europa en Análisis Numérico y sede de las conferencias bianuales más prestigiosas de la especialidad, consiguiendo allí en su estancia ser muy apreciado y alcanzar un gran nivel.

Por mi parte, tratando de evitar, como otros muchos fundadores de la Facultad de Ciencias de Bilbao, las complicadas circunstancias políticas, sociales y lingüísticas que tenían lugar en el País Vasco, decidí trasladarme a un lugar más favorable para la tranquilidad de mi familia, y, animado por varios de los amigos granadinos de Bilbao, que ya habían iniciado su vuelta a casa en los años inmediatamente anteriores, solicité y obtuve el traslado a la Facultad de Ciencias de Granada. Fui recibido extraordinariamente e iniciamos el Departamento de Ecuaciones Funcionales que atendía la enseñanza e investigación de ecuaciones diferenciales y análisis numérico.

Durante 5 años que fueron de lo más fructífero de mi carrera se leyeron en Granada 5 tesis dirigidas por mí en Análisis Numérico. Dos de ellas de doctorandos procedentes de Bilbao, pero otras tres eran de jóvenes recién licenciados granadinos, en orden cronológico Victoriano Ramírez, Antonio López Carmona y Esperanza Lebrón. Todas ellas dieron lugar a trabajos publicados en revistas internacionales de prestigio. De las cinco, voy a comentar algo de una de las que procedían de Bilbao, la de José Ignacio Maeztu, que había quedado encargado de la especialidad allí al trasladarme yo a Granada. Esta tesis contenía una idea muy original para extender a varias

variables la fórmula de Newton para interpolación univariada. La fórmula de Newton sólo había sido usada hasta entonces para problemas bivariados en los que los puntos de interpolación fueran producto cartesiano de una variable, y similares, con extensión obvia de la fórmula de una variable. Nosotros proponíamos describir los puntos de interpolación como intersecciones de rectas cualesquiera, admitiendo repeticiones, de manera que no sólo se resolvían problemas de interpolación con datos valores de la función sino también con derivadas parciales cualesquiera.

Con la experiencia ya adquirida, en esta ocasión enviamos el artículo con la idea de la tesis a la revista *Numerische Mathematik*, una de las dos más prestigiosas de la especialidad, con la americana *Mathematics of Computation*, y no sólo fue admitido sin modificaciones, sino que meses después Carl de Boor, uno de los líderes del Análisis Numérico, en un congreso internacional dio una conferencia sobre el estado del arte en interpolación multivariada y dedicó un rato a nuestra idea. El artículo fue recibiendo con los años muchas citas, actualmente según Google Scholar 190, número considerable en Matemáticas y todavía hoy hay grupos internacionales trabajando en problemas derivados de aquel artículo, como se puede ver en internet buscando “Gasca-Maeztu conjecture”. Pues bien, esa fue la fuente, con distintos enfoques, para mis tres tesis verdaderamente granadinas, Ramírez, López Carmona y Lebrón, y esa fue la primera línea seguida por Victoriano Ramírez en tesis dirigidas ya por él a mi marcha a mi Zaragoza natal en 1982, hasta que años más tarde iniciara su exitosa trayectoria por los sistemas electorales.

La consolidación del Análisis Numérico en España

A principios de los 80 se van consolidando ya en España los grupos de investigación en Análisis Numérico, al ir estabilizándose los pioneros de la

década anterior. Hay un grupo en Santiago de Compostela liderado por Alfredo Bermúdez de Castro, otro grupo en Valladolid liderado por Jesús Sanz Serna, previo paso de éste por la Universidad de Bilbao, en la que quedó José Ignacio Maeztu, en Barcelona Carles Simó y Jaume Llibre, si bien estos centrados en Sistemas Dinámicos, otro grupo en La Laguna formado por Manuel Calvo, previo a su traslado a Zaragoza, y en otras universidades que sería prolijo enumerar. Poco después en Zaragoza nos reunimos tres zaragozanos procedentes de otras universidades, como era normal entonces cuando los cambios de universidad eran casi obligados: Francisco Lisbona, que había venido de Bilbao, Manuel Calvo, trasladado de La Laguna, y yo desde Granada. En Zaragoza nos diversificamos, el primero formando un grupo de métodos numéricos en ecuaciones en derivadas parciales, el segundo en métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias y yo en métodos numéricos de la teoría de aproximación. En particular, siguiendo con la interpolación multivariada surgió la idea de una eliminación distinta de la gaussiana en sistemas lineales, especialmente buena para matrices totalmente positivas que surgen en problemas de CAGD, lo que nos llevó a ese terreno del diseño geométrico por ordenador. En todos estos temas se sigue trabajando en Zaragoza.

En cuanto a Granada, la deriva de Victoriano Ramírez hacia temas electorales hace que el grupo de Análisis Numérico se abra a colaboraciones con Paul Sablonniere, de Rennes y años más tarde con María Cruz López de Silanes, de Zaragoza. Otros de Granada y Almería derivan hacia polinomios ortogonales buscando a Francisco Marcellán, de la Universidad Carlos III de Madrid.

En los años 80 y 90 se produce el auténtico despegue internacional del Análisis Numérico español. Jesús Sanz Serna pasa, en Valladolid, a ser un autor muy citado internacionalmente, y a ser distinguido con importantes

premios nacionales e internacionales. En lo nacional gana el premio Iberdrola y en lo internacional le es otorgado, entre otros, el primer Premio Dahlquist por la SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) americana. Este prestigioso premio se otorga al analista numérico en ecuaciones diferenciales más distinguido del momento. Además en 1994 fue conferenciante invitado en Análisis Numérico en el Congreso Matemático internacional de Zurich, lo que da idea del profundo cambio que hubo en la matemática española en 20 años. Esto significaba que el primer español en ser conferenciante invitado en esos congresos mundiales fue uno de Matemática Aplicada y en particular de Análisis Numérico. Jesús Sanz-Serna es hoy el analista numérico español más laureado de los que cambiamos nuestro rumbo en los 70 y actualmente es el Presidente de la Real Academia de Ciencias de Madrid.

Se realizan en España también en los 90 numerosos congresos internacionales en Matemática Aplicada. En particular yo había sido el organizador principal de un Instituto de Estudios Avanzados Otan en 1989 y otro congreso internacional sobre Positividad Total en Jaca. Cuando en 1998 me proponen en Israel organizar en España el siguiente congreso de la serie trienal Multivariate Approximation and Interpolation with Applications (MAIA), me puse en contacto con mis amigos de Granada y lo coorganizamos en Almuñécar en 2001 las universidades de Zaragoza, Granada, Almería y Jaén. A raíz de ese congreso, los matemáticos de la Universidad de Jaén, liderados por Javier Muñoz, discípulo de Victoriano Ramírez, iniciaron una exitosa serie de conferencias internacionales anuales en Teoría de Aproximación que todavía se mantiene.

La Matemática Aplicada ha cambiado mucho en los últimos cincuenta años. Ha dejado de ser considerada una matemática “menor” a incluso a veces tener una cierta preponderancia por el hecho de estar más próxima a la

sociedad. Los matemáticos clásicos de siglos anteriores subsistían con sus empleos académicos o con mecenazgos de los poderosos y podían permitirse decir que el fin de las matemáticas era la belleza, o que investigaban en lo que querían, aunque no se le viera ninguna utilidad a priori ni estuvieran interesados en ella. Hoy la investigación necesita financiarse con contratos y proyectos en los que hay que explicar cuáles son los objetivos. De cualquier manera, la matemática pura o básica sigue siendo muy necesaria porque de sus ideas y temas se nutre también la aplicada. Al fin y al cabo, el Análisis Numérico usa técnicas del Análisis Matemático, de la Geometría, del Álgebra etc. para estudiar los métodos numéricos.

En los Congresos Internacionales de Matemáticas, que se celebran cada cuatro años, de una veintena de secciones hay varias que se pueden considerar matemática aplicada: Análisis Numérico y Cálculo Científico, Aspectos matemáticos de las Ciencias Computacionales, Aplicaciones de las Matemáticas en las Ciencias, además de otras como Física Matemática, Ecuaciones Diferenciales o Ecuaciones en Derivadas Parciales con las que hay fuerte relación. Desde 2006 en esos congresos se otorga el Premio Carl Friedrich Gauss, que está dedicado a honrar a los matemáticos que han tenido contribuciones relevantes en campos fuera de las matemáticas. Se entregan también las cuatro Medallas Fields consideradas los Nobel de Matemáticas. Además cada cuatro años y no coincidentes con los anteriores se celebran desde 1987 los congresos ICIAM del International Council of Industrial and Applied Mathematics en los que también se otorgan cinco premios. Tanto en unos como en otros congresos hay varios miles de participantes y suele haber, desde hace 20 años, algún conferenciante plenario español. El de 2019 se celebrará por primera vez en España, como ya hemos dicho, en Valencia, con la presidencia en ICIAM de una española, María Jesús Esteban, formada en la Universidad de Bilbao en los años 70. Uno de los conferenciantes plenarios

será Alfredo Bermúdez de Castro, otro de los pioneros en Análisis Numérico de aquella época.

En el año 2000, que fue declarado año internacional de las Matemáticas. la Real Sociedad Matemática Española publicó [3] un Informe sobre la investigación en Matemáticas en España de 1990 a 1999, elaborado por C. Andradas y E. Zuazua. En el siguiente cuadro que tomamos de dicho informe, que a su vez lo toma de la base de datos Mathscinet, se muestra el número de artículos publicados contenidos en esa base, divididos por décadas. No figuran datos de España ni de la Unión Europea hasta 1980.

Década	España	UE	Mundial
1940-1949			32595
1950-1959			73863
1960-1969			135347
1970-1979			279882
1980-1989	3334	45922	349463
1990-1999	11504	104231	481105
Total	14839	150190	1352255

Los datos anteriores a esa fecha en España serían casi insignificantes.

Obsérvese que de la década 80 a la 90 la producción se multiplicó por casi 3.5, factor que quizás hubiera sido mayor de los 70 a los 80 en caso de tener los datos. De los 80 a los 90 la producción mundial creció con factor

1.37. En los factores de crecimiento españoles hay que tener en cuenta que se partía de números muy bajos.

En el cuadro siguiente, reproducido del mismo informe [3], se analiza el porcentaje de incremento anual de la producción matemática española y mundial de acuerdo con la más restrictiva base de datos ISI, teniendo en cuenta todas las materias matemáticas que considera esa base. Obsérvese que el porcentaje de incremento es muy superior siempre en la española, aun teniendo en cuenta como hemos dicho antes que se partía de números muy bajos. Más importante y representativo es el porcentaje que supone la producción española con respecto a la mundial, y esa tiene un incremento constante que pasa del 1,7% en 1990 a ser el 3,9% en 1999. En 1970, cuando no hay datos, el porcentaje debía ser insignificante.

Al tener este segundo cuadro una información annual hay alguna desviación no significativa en los porcentajes de 1994 y 1996 a causa de que los años inmediatos anteriores, 1993 y 1995 el aumento fue enorme y se compensa.

En otros cuadros del informe se analiza la producción en la década 90-99 por materias según la clasificación MSC de Mathscinet y en ellas el Análisis Numérico sale en lugares destacados. Siempre pueden hacerse mejor las cosas que como se han hecho, pero la Matemática Aplicada española, y en particular el Análisis Numérico, han conseguido equipararse a las disciplinas matemáticas más exitosas en nuestro país y también el respeto internacional. Podemos, pues, sentirnos satisfechos de la labor realizada.

En particular, quiero felicitar no solo a la Matemática Aplicada sino a la sección de Matemáticas entera y a la de Ciencias de la Computación de la Universidad de Granada, por el muy buen papel que hacen en los ranking internacional de universidades, partiendo de la nada casi absoluta 50 años antes.

Año	España		Mundial		% relativo
	Nº docs	<i>Incremento</i>	Nº docs	<i>Incremento</i>	España - Mundial
1990	339		20500		1,7%
1991	374	10,3%	21386	4,3%	1,7%
1992	459	22,7%	22081	3,2%	2,1%
1993	606	32,0%	23651	7,1%	2,6%
1994	627	3,5%	25126	6,2%	2,5%
1995	785	25,2%	26917	7,1%	2,9%
1996	835	6,4%	28133	4,5%	3,0%
1997	1010	21,0%	30278	7,6%	3,3%
1998	1128	11,7%	31457	3,9%	3,6%
1999	1256	11,3%	31883	1,4%	3,9%
Total	7419		261412		2,8%

Y como colofón voy a incluir una foto de muy mala calidad pero que tiene valor histórico, porque reúne a la mayoría de los pioneros del Análisis Numérico en España.

Corría el año 1983, Jesús Sanz Serna ya era catedrático de la Universidad de Valladolid y había finalizado la dirección de su primera tesis doctoral en esa ciudad a Luis Abia. En un paseo del tribunal con el nuevo doctor por el Campo Grande de Valladolid vimos un fotógrafo callejero de los antiguos, de fotos en blanco y negro, con una gran máquina en su trípode y con el fotógrafo cubriendo su cabeza con una tela de la máquina, y nos hicimos una foto.



En primera fila, de izquierda a derecha, Juan José Gutiérrez, catedrático de Análisis Matemático de Valladolid, Luis Abia, el nuevo doctor y Jesús Sanz Serna, catedrático de Análisis Numérico de Valladolid. Detrás Manuel Calvo y Mariano Gasca, de la Universidad de Zaragoza y Alfredo Bermúdez de Castro, de la Universidad de Santiago de Compostela.

BIBLIOGRAFÍA

1. Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, Teubner, Leipzig, pp. 1900–1904.
2. Goldstine, H., *A history of Numerical Analysis* Springer V. (1977)
3. *Informe sobre la investigación matemática en España 1990-1999*. RSME Carlos Andradás y Enrike Zuazua (2000)
4. Robinson, G., y Whittaker, E., *The calculus of Observations: a treatise on Numerical Mathematics*, Blackie and Sons, London (1924)
5. *The History of Numerical Analysis and Scientific Computing*.
<http://history.siam.org/>
6. von Neumann, J. y Goldstine, H., *Numerical inverting of matrices of high order*, Bull. Amer. Math. Soc. 53, pp. 1021–1099 (1947)
7. Whittaker, E., (edit) *A course in interpolation and numerical integration for the mathematical Laboratory of Edimburgh*, Edimburgh Mathematical Tracts (1915)
8. Watson, G. *The Dundee numerical analysis conferences*.
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Extras/Dundee_NA_conf.html
9. Watson, G. *The history and development of numerical analysis in Scotland: a personal perspective*
<http://www.maths.dundee.ac.uk/~gawatson/nahistory.pdf>

**Contestación al discurso de Ingreso en la Academia de Ciencias
Matemáticas, Físico-Químicas y Naturales de Granada del
Ilmo. Sr. D. Mariano Gasca González**

Antonio Cañada Villar

Académico Numerario de la Sección de Matemáticas

**Excelentísimo Sr. Presidente,
Excelentísimos e Ilustrísimos Señores Académicos,
Queridos familiares y amigos del nuevo Académico,
Señoras y Señores:**

En primer lugar, quiero expresar mi satisfacción y profundo agradecimiento a nuestra Academia, por el honor que me ha concedido al permitirme contestar al discurso pronunciado por el Ilmo. Sr. D. Mariano Gasca González, querido amigo, colega, maestro y director del Departamento en el que ingresé en la Universidad de Granada en 1979, como profesor ayudante. Respondo con sumo gusto desde mi formación en Análisis Matemático a un gran maestro en Análisis Numérico.

Sin ninguna duda, la situación presente sería difícil de imaginar para mí en 1979, cuando recién terminados mis estudios en Ciencias Matemáticas en la Universidad de Granada, entré a formar parte del llamado Departamento de

Ecuaciones Funcionales, Departamento que dirigía Mariano Gasca González: ¿cómo iba yo a pensar que el discurso de contestación al discurso de Mariano, con motivo de su entrada en nuestra Academia, me correspondería a mí? Cuando se me propuso, tuve ante mí un gran reto que acepté con satisfacción desde el punto de vista personal y con agradecimiento hacia nuestra Academia. Teniendo en cuenta la labor desarrollada por Mariano a lo largo de su dilatada trayectoria profesional en la Universidad, la tarea que se me encomendó ha sido muy grata, fácil de llevar a cabo y sumamente placentera.

Mariano es zaragozano y en consecuencia posee un carácter fuerte, recio, heredado de sus predecesores (que le pregunten sino al ejército napoleónico por los llamados “sitios de Zaragoza” durante la guerra de la independencia). Pero al mismo tiempo tiene cara de “buena persona” y por eso no abandoné el Departamento cuando me lo presentaron allá por 1977. Pensé que en la Universidad donde él estaba podía estar muy a gusto años y años, como así ha ocurrido. Se dice que el carácter zaragozano es parecido al carácter andaluz, hecho que en la persona de Mariano se ha confirmado en numerosas ocasiones, aunque al principio de su llegada a Granada, no tuvo tan fácil salir de algunas situaciones relacionadas con el entendimiento del auténtico y profundo “acento andaluz”. Sobre todo si algún andaluz arraigado hace algún comentario sobre el frío invierno de Granada.

Se licenció y doctoró en Ciencias Matemáticas en la Universidad de Zaragoza en 1965 y 1970, respectivamente, obteniendo diversos honores académicos, como el premio extraordinario de licenciatura, el premio de la Academia General Militar al mejor expediente académico de la Facultad de Ciencias, el premio García Galdeano del Seminario Matemático de Zaragoza, etc. Su carrera docente comenzó en 1965, cuando fue nombrado profesor adjunto de Análisis Matemático III de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza.



Mariano Gasca nació en Zaragoza en 1943 y fue Catedrático de Análisis Numérico en la Universidad de Granada entre 1977 y 1982.

Terminó su carrera docente (sólo de manera oficial) en 2009, siendo entonces Catedrático de Análisis Numérico de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. A lo largo de estos 44 años, y siempre bien acompañado y respaldado por su inseparable mujer Merche, desempeñó diversas categorías docentes en otras Universidades como Bilbao y Granada, de la que hablaremos más detalladamente. En 1972, y a la edad de 29 años, se convirtió en el primer catedrático de Análisis Numérico de España. Actualmente es profesor emérito en la Universidad de Zaragoza.

Destacaremos más adelante más méritos de su actividad docente, pero en este punto creo que conviene destacar que en 1976 la UNED le contrató para escribir los textos de sus asignaturas de Cálculo Numérico. El texto correspondiente al tercer curso de Matemáticas se ha mantenido, con actualizaciones, durante 35 años.

Si su labor docente ha sido de enorme nivel y relevancia, no lo es menos su labor en cargos institucionales. Es miembro de la Academia de Ciencias de Zaragoza desde 1988 y académico correspondiente de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid desde 1991. Ha sido director de

todos los departamentos por los que ha pasado, destacando en particular, por lo que nos atañe personalmente, que fue director del Departamento de Ecuaciones Funcionales de la Universidad de Granada, desde 1977 hasta 1982 y director del Colegio Universitario Santo Reino de Jaén, adscrito a la Universidad de Granada, desde 1978 hasta 1982. Hemos de destacar especialmente, por lo que representa en calidad y responsabilidad, que fue presidente de SEMA, Sociedad Española de Matemática Aplicada en el bienio 1995-1996. Así mismo es miembro de honor, desde 2007, de la European Society of Computational Methods in Sciences and Engineering.

Desde el punto de vista investigador, la labor de Mariano Gasca es amplísima, variada y de altísimo nivel. A lo largo de más de cuarenta años, tiene reconocidas alrededor de 98 publicaciones de artículos de investigación, 12 libros y monografías, ha sido editor de cuatro libros de investigación, editor de tres números especiales de revistas de investigación. Google Scholar registra 2154 citas en disciplinas tan diversas, como “Teoría de Aproximación y Desarrollos”, “Álgebra lineal y multilineal”, “Teoría Matricial”, “Ecuaciones en Derivadas Parciales” y por supuesto “Análisis Numérico”, e incluso “Historia y Biografía”. Destaquemos los campos principales en los que Mariano tiene contribuciones fundamentales: Interpolación multivariada y Positividad total.

Ha sido y es editor de revistas de investigación de prestigio, como Numerical Algorithms, Advances of Computational Mathematics, Journal of Information and Computational Mathematics, Revista de la Real Academia de Ciencias, etc. Evaluador en distintos organismos, como Usa-Israel Binational Science Foundation, Cineca Italia, Agencia Nacional de Evaluación y Prospectiva, etc. Presidente de numerosos comités de organización de Congresos nacionales e internacionales, referee de numerosas revistas de investigación prestigiosas en el ámbito del Análisis Numérico. Asimismo, tiene concedidos el máximo de sexenios

de investigación y quinquenios de docencia, habiendo dirigido, además, 9 tesis doctorales. Su participación, como ponente o conferenciante en congresos nacionales e internacionales relevantes es numerosa. También, estancias de investigación en diversas universidades de gran prestigio, como París VI, University of Texas en Austin, Universidad de Lille, Hannover, Cambridge, Haifa, Tel Aviv, etc. Enumerar sus conferencias y dirección de proyectos de investigación, probablemente nos llevaría más tiempo y espacio que la posible descripción de las cifras decimales del número pi.

Lo anterior nos proporciona los datos tremendos y de gran calidad de la labor docente, investigadora e institucional de Mariano Gasca, pero los datos, aunque necesarios, son por sí solo, fríos. Por ello me gustaría destacar la labor realizada por él en el aspecto de creación de infraestructuras y sobre su entusiasmo por la transmisión de las nuevas ideas que se estaban comenzando a instaurar en la Universidad española y en particular en la Universidad de Granada, en los años setenta del siglo pasado.

Cuando Mariano llegó a Granada en 1977, yo no había acabado aún la licenciatura, pero ya era punto adherente (*a veces la terminología matemática es la mejor y más acertada*) del Departamento de Ecuaciones Funcionales, departamento del que Mariano fue director hasta 1982, año en el que (con muchas dudas, por cierto, según él mismo expuso en su cena de despedida), volvió a Zaragoza.

Desde su llegada al Departamento de Ecuaciones Funcionales, percibimos un talante y actitud diferentes a lo que estábamos acostumbrados (por favor, no se me malinterprete en este aspecto, pues tenemos que estar muy orgullosos de nuestra prestigiosa sección de Matemáticas de la Facultad de Ciencias). Cuando Mariano comenzó su labor en la Universidad de Granada, estábamos en unos años clave

para el desarrollo de las Matemáticas en nuestra Universidad y en España, en general. Se comenzaba a realizar investigación de calidad y docencia avanzada y era necesario montar toda la infraestructura concerniente a grupos y proyectos de investigación, creación de bibliotecas adecuadas, etc. Mariano contribuyó de manera significativa a todo esto, enseñándonos a crear un ambiente apropiado para la docencia y la creación científica.



¡Qué tiempos aquellos!

Mariano llegaba al Departamento llevando consigo diferentes publicaciones (como el *Current Mathematical Publications*, de color azul) que nos permitían estar al día sobre lo último que se había hecho en investigación. También llevaba algunos de los últimos artículos de su especialidad, que te los daba a leer (aunque él estuviera seguro de que no los ibas a entender), te contaba anécdotas muy diversas de matemáticos españoles conocidos y de otras Universidades... Si era lunes, podías además preguntarle cualquier resultado de fútbol, incluso de las categorías inferiores (*debe ser que el Análisis Numérico proporciona alguna cualidad para retener todos estos datos*).

Transmitía que la matemática era una ciencia abierta, activa, donde se podían

hacer muchas cosas, y esto era poco corriente en aquella época.

También llamaban la atención sus exámenes, con múltiples apartados, íntimamente relacionados entre sí, de tal manera que, a veces, faltaban letras en el abecedario para enumerarlos.



Mariano nos hizo ver que el Análisis Numérico era una disciplina plena, con múltiples relaciones y ramificaciones que implicaban al Álgebra, Estadística, Geometría, y por supuesto, y de manera muy especial, al Análisis Matemático, pero con una entidad propia, como ha puesto de manifiesto claramente en su discurso. El dirigió con maestría las dos primeras tesis doctorales de Análisis Numérico en nuestra Universidad, realizadas por Victoriano Ramírez González y Antonio López Carmona, en 1980 y 1982, respectivamente, que fueron el germen de los futuros grupos de investigación en el Departamento de Matemática Aplicada. En total dirigió cinco tesis doctorales sobre Análisis Numérico en la Universidad granadina, marcando el comienzo de la investigación en esta disciplina en las universidades de Granada y Jaén.

También influyó de manera decisiva en el hecho de que el Departamento de Ecuaciones Funcionales fuese pionero en la docencia de Análisis Numérico asistida por ordenador. En principio un ordenador HP con pantalla de una sola línea, pero muy bueno para la época. Nuestro querido colega José Martínez Aroza,

del Departamento de Matemática Aplicada, podría proporcionarnos una información exhaustiva del mismo, pues todos recurríamos a él cuando tocábamos alguna tecla inadecuada. Sin ninguna duda podemos afirmar que la sección de Matemáticas de nuestra Universidad no sería hoy en día la misma, sin el paso de Mariano por Granada.

El erudito y documentado discurso que acabamos de escuchar, sobre los orígenes del Análisis Numérico en España, es un compendio de sabiduría y experiencia. Sabiduría por lo que compete a sus profundas reflexiones sobre el origen, desarrollo y estado actual del Análisis Numérico en España. Experiencia porque hay que haber estado presente en muchos acontecimientos relacionados con la materia, e incluso ser protagonista de los mismos, para recordar tantos datos.

Comienza Mariano por los orígenes del Análisis Numérico, si por esto se entiende, como afirma él textualmente: “la rama de las matemáticas que estudia los métodos constructivos de resolución efectiva, numérica, de problemas matemáticos” Un ejemplo muy significativo es la aproximación de Arquímedes al número Pi (número omnipresente en las matemáticas), mediante la aproximación de la circunferencia por los perímetros de polígonos inscritos y circunscritos a ella (extrapolación). Me parece muy acertado su comentario comparando el hito que supusieron los logaritmos en el cálculo (siglo XVI) con la aparición de los ordenadores a mediados del siglo XX. Comenta en especial lo que históricamente es, según Mariano, el primer problema de lo que se llamará posteriormente Análisis Numérico: la interpolación, con las contribuciones fundamentales de Newton y Lagrange. El método de Euler, para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales; Gauss y la resolución aproximada de sistemas lineales; Cauchy y las diferencias divididas... Es claro que la matemática no es sólo el Teorema fundamental del Álgebra, los Teoremas de existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales, los teoremas de extensión de la topología, los principios

básicos del análisis funcional, etc., sino también la búsqueda de métodos efectivos y computables para solucionar problemas que surgen en ámbitos científicos muy diversos y muchos grandes matemáticos han mostrado su interés por tales métodos. En este sentido, como afirma Mariano en su discurso, es claro el papel clave desempeñado por los modernos ordenadores, comenzando por el llamado Colossus, construido por un equipo de científicos de Londres durante la segunda guerra mundial y el papel destacado jugado por J. von Neumann, , considerado como uno de los padres del primer gran ordenador moderno, desde el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton.

El uso de ordenadores cada vez más potentes ha contribuido no sólo a resolver problemas que antes se creían inaccesibles, sino también a plantear numerosas cuestiones relacionadas con la rapidez de convergencia, estabilidad, ahorro de información, uso comprimido de datos, etc., cuestiones que plantean problemas en la llamada matemática pura de muy difícil solución.

El discurso de Mariano se centra a continuación en un análisis resumido, pero al mismo tiempo lleno de profundas reflexiones, sobre la situación de las matemáticas en España a partir de los años 60. En su mayoría, no son reflexiones sacadas de libros, informes oficiales, etc., sino basadas en hechos que él ha vivido en persona, con lo que ello supone de veracidad. Afirma textualmente que: “contrariamente a las naciones más importantes de Europa, España no tiene nombres ilustres en las Ciencias hasta el siglo XX” (*yo creo que algún día habrá que hacer un análisis profundo y bien documentado de este hecho*). Rey Pastor, Eduardo Torroja o Zoel García de Galdeano alcanzaron renombre nacional por sus viajes o contactos con universidades europeas de prestigio, pero no por sus creaciones matemáticas. Fue muy importante el hecho de que instaran a sus discípulos a salir a estudiar al extranjero. Se dieron cuenta de que para hacer una investigación de calidad, no bastaba con tener una inteligencia superior, ni pasarse

encima de una mesa horas y horas, sino que era necesario el contacto científico con los países avanzados, realizar estancias de investigación, asistir a seminarios impartidos por matemáticos consagrados, etc. Cuenta Mariano, que los directores de tesis doctorales de entonces eran tan rigurosos con la normativa, que nada se publicaba previamente a la defensa de la tesis doctoral, cuando hoy en día es un distintivo de calidad, haber publicado previamente a la defensa de la tesis, varios artículos en revistas científicas prestigiosas.

Como pone de relieve Mariano en su discurso, la década de los 70 marca, sin duda, un despegue (*e incluso podríamos llamarlo nacimiento, más que despegue*) de la creación matemática en España. Son claras las causas: explicar y aprender basándose en las fuentes originales y en los libros de texto más actuales, la salida de matemáticos españoles a centros de prestigio extranjeros, el contacto con investigadores y maestros líderes en su especialidad en aquellos años, la organización de seminarios permanentes de investigación, comenzar a publicar en revistas internacionales reconocidas, participar en congresos internacionales...

Por citar algunos ejemplos, los matemáticos españoles de los 70 aprendieron de la escuela argentina-estadounidense liderada por Alberto Calderón y Antony Zygmund sobre integrales singulares y teoría de interpolación, la escuela francesa de análisis numérico dirigida por Jacques Luis Lions, el medallista Fields Pierre Louis Lions , hijo del anterior, la sabiduría de Haim Brezis en ecuaciones en derivadas parciales y los métodos numéricos asociados, la escuela italiana de cálculo de variaciones, y por supuesto, la investigación puntera realizada en Estados Unidos sobre ecuaciones diferenciales, métodos numéricos de programación no lineal, etc. Muchos otros datos quedan evidentemente en el tintero, pero hay que ir acabando. De todas formas, consultando los indicadores de publicaciones, tesis doctorales, comités científicos internacionales, comités editoriales de revistas internacionales, etc. podríamos afirmar que, a finales de los

80, España ya no era diferente, al menos en matemáticas.

Casi al final de su discurso afirma Mariano: “la matemática aplicada ha cambiado mucho en los últimos cincuenta años. Ha dejado de ser considerada una matemática menor”.

Efectivamente, numerosos indicadores hacen pensar que el Análisis Numérico será una de las disciplinas matemáticas que más se desarrollarán en el futuro. Los científicos necesitan nuevos modelos matemáticos para explicar los fenómenos que van surgiendo, pero también necesitan tener las respuestas de manera numérica. En la época actual, a la hora de abordar un problema concreto, es necesario la modelización del mismo, su análisis matemático y su tratamiento numérico. Muchos modelos complejos pueden estudiarse por la enorme capacidad de cálculo de los ordenadores modernos. En este sentido, la simulación numérica y el llamado cálculo científico tendrán un papel cada vez más importante en la Ciencia. Como se afirma en el reportaje titulado *Las mentes matemáticas mueven el mundo*, aparecido en el periódico El País, el 20 de enero de 2019: “estamos en la era de los algoritmos, la supercomputación y el bigdata, y las matemáticas se han convertido en una de las disciplinas más prestigiosas y demandadas” .

Creo que la incorporación del maestro Mariano Gasca a nuestra Academia enriquecerá de forma muy importante las aportaciones que la misma pueda llevar a cabo en orden a la consecución de sus dos objetivos fundamentales:

-Primero: el cultivo, fomento y difusión de las ciencias y sus aplicaciones, en general.

-Segundo: atender las consultas que instituciones públicas o privadas le dirijan acerca de cualquier asunto de carácter científico y de su competencia.

Querido amigo, profesor y colega, bienvenido a la Academia.

Muchas gracias,

Antonio Cañada Villar.

