Academia de Ciencias Matemáticas,
Físico-Químicas y Naturales de Granada

ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE LA MATEMÁTICA Y SU IMPORTANCIA EN LA VIDA ORDINARIA

DISCURSO PARA EL ACTO DE SU RECEPCIÓN
COMO ACADÉMICO CORRESPONDIENTE POR EL

ILMO. SR. D.
ANTONIO MARTÍNEZ NAVEIRA

GRANADA, 2014

ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE LA MATEMÁTICA Y SU IMPORTANCIA EN LA VIDA ORDINARIA

ANTONIO MARTÍNEZ NAVEIRA

A Isabel

Excmo. Señor Presidente
Excmos. e Ilmos. Señores Académicos,
Queridos compañeros y amigos,
Señoras y Señores

Es para mí un honor haber sido propuesto como “Académico Correspondiente de la Academia de Ciencias de Granada'”. Soy consciente de la responsabilidad que adquiero para poder representar dignamente a esta insigne institución. Mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que han promovido la propuesta de mi nombramiento, en especial a quien tuve la suerte de encontrar, entonces discípulo y hoy amigo, el profesor Manuel Barros.

También quiero dar las gracias a mis colegas y amigos Ferrández, Hervella, Miquel y Reventós de las universidades de Murcia, Santiago de Compostela, Valencia y Autónoma de Barcelona, respectivamente, así como a Marcos Martínez, miembro de Marvell Semiconductors Inc. quienes con sus consejos, conversaciones, comentarios y sugerencias han permitido mejorar considerablemente el contenido de esta memoria.

Comprendo la dificultad que entraña preparar una conferencia de Matemáticas para un acto tan solemne como éste, pero créanme que he puesto todo mi esfuerzo para que disfruten con ella. Voy a intentarlo. Las Matemáticas están presentes en la sociedad actual como nunca antes lo habían estado, pero esta situación raramente es reconocida, incluso ni siquiera por los matemáticos. Para poder analizar este problema desde un punto de vista global me ha parecido interesante analizar algunas citas históricas, las cuales nos muestran el sentir de sus autores en cada momento.

Galileo Galilei decía en Il Saggiatore:

«El libro de la naturaleza está escrito en lenguaje matemático, cuyos caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales sería imposible entender una sola palabra, y se andaría siempre como en un laberinto oscuro».

Con este pensamiento, después de veinte siglos, Galileo actualizaba la advertencia de Platón que aparecía en la fachada de su Academia:

«No entre aquí quien no sepa Geometría».

Todos comprendemos que las exigencias del protocolo me obligan a ser breve en mi exposición. Evidentemente, es imposible glosar de una manera pormenorizada y detallada muchos datos que considero importantes sobre un tema tan fundamental para el desarrollo de la humanidad. Quisiera señalar que en una entrevista realizada al matemático y divulgador de la ciencia Marcus du Sautoy, de la universidad de Oxford, éste afirmó que:

«Sobrevivimos porque nuestro cerebro es bueno en Matemáticas».

Éstos son sólo unos ejemplos de la importancia que han tenido las Matemáticas (y en particular la Geometría) a lo largo de la historia de la humanidad.

1. ¿Qué es la Matemática?, Perspectiva histórica.

La Matemática es una rama del conocimiento acerca de la cual prácticamente todo el mundo tiene una idea formada, aunque ésta no es la misma para todas las personas. De la educación primaria se recuerdan algunos cálculos aritméticos, así como nombres y propiedades de algunas figuras geométricas simples. En este período, la Matemática se reduce a las cuatro operaciones básicas que permiten realizar los cálculos usuales de la vida ordinaria y a sus aplicaciones para la determinación de áreas y volúmenes sencillos. Si la Matemática sólo es saber calcular, con la aparición de las calculadoras parece que ya no tiene sentido; pero para saber manejar las calculadoras es imprescindible saber bastante de Matemáticas.

En la enseñanza secundaria la Matemática es ya bastante diferente. Ahora está compuesta por ecuaciones, axiomas, teoremas, logaritmos, etc., aunque muchas veces el alumno no sabe claramente para qué le pueden servir, aparte de para tener que examinarse y aprobar la asignatura.

En los estudios superiores se incluyen en la terminología de Matemáticas otros contenidos que deben ser útiles para las diferentes profesiones, como pueden ser la estadística, el cálculo infinitesimal, la teoría de la decisión o la informática.

Por lo tanto, parece difícil poder dar una definición de Matemática que satisfaga a todos los colectivos.

Analizando la historia de la humanidad, los matemáticos y pensadores se han ocupado de estudiar las formas óptimas en la geometría y en la naturaleza. Cabe plantearse la siguiente pregunta: ¿a qué se debe que la naturaleza produzca ciertas formas y por qué unas son preferidas a otras? Preguntas como ésta son las que en gran medida han motivado el nacimiento y determinado la importancia de las Matemáticas. En un principio, el desarrollo de esta ciencia es consecuencia del deseo de comprender la naturaleza y de resolver problemas prácticos. Ésta, sin embargo, es mucho más que auxiliar de otras ciencias. Como afirmó Gauss:

«Es irrelevante si el conocimiento matemático se aplica a la teoría de números o al movimiento de una porción de materia, como un planeta».

A través de la historia, los matemáticos se han dedicado a sus propias ideas, al margen de la importancia que pudieran encerrar para la sociedad; han gozado con la belleza de sus descubrimientos y con el reto que todo problema matemático comporta.

Me parece interesante citar también unas palabras de G. H. Hardy:

«Un matemático, como un pintor o un poeta, es un fabricante de modelos. Si sus modelos son más duraderos que los de estos últimos es debido a que están hechos de ideas. Los modelos del matemático, como los del pintor o los del poeta, deben ser hermosos. La belleza es la primera prueba; no hay lugar permanente en el mundo para unas matemáticas feas».

Escher, el famoso pintor holandés, atraído por el sol de Andalucía visitó Granada en dos ocasiones, (1922 y 1938) y quedó impresionado por la Geometría de la Alhambra. Me parece interesante recordar una cita suya:

«Las leyes de la matemática no son meramente invenciones o creaciones humanas, simplemente ***son.*** *Existen independientemente del intelecto humano. Lo más que puede hacer un hombre de inteligencia aguda es descubrir que esas leyes están allí y llegar a conocerlas»*

Según Bertrand Russel, (1919):

«Las Matemáticas no solamente poseen la verdad, sino la suprema belleza, una belleza fría y austera, como la de la escultura, sin atractivo para la parte más débil de nuestra naturaleza [...], capaz de decidida perfección y pura hasta lo sublime como sólo el arte más grande puede mostrar».

Veblen y Whitehead (1932), ofrecieron la siguiente definición, que Santaló ha extrapolado:

«Una rama del conocimiento se llama Matemática por el hecho de que el nombre parece apropiado, por razones emocionales o tradicionales, a un número suficiente de personas competentes».

Según señala Santaló, aunque esta definición pudiese parecer una humorada, es la que se utiliza en la práctica. En efecto, los alumnos de enseñanza primaria consideran como personas competentes a sus maestros y profesores, mientras que para los matemáticos profesionales lo son, por ejemplo, los editores de las publicaciones científicas o los responsables de las revistas de crítica bibliográfica universalmente aceptadas tales como Mathematical Reviews y Zentralblatt für Mathematik.

La separación de los estudios de *Letras y Ciencias* no sucedió hasta el siglo XIX, puesto que desde los orígenes de la universidad medieval, ésta estaba caracterizada justamente por ofrecer *estudios universales* y la especialización en los distintos campos científicos no era precisamente el objetivo. No obstante, sí que guardaba una cierta similitud con el concepto actual de *Letras y Ciencias* la secuencia de aprendizaje en el origen de los estudios medievales: los carolingios *Trivium* (Gramática, Retórica y Dialéctica) y *Quadrivium* (Aritmética, Astronomía, Geometría y Música).

Desde el Renacimiento se establece una oposición entre las *«letras divinas»* (la teología) y las *«letras humanas»* (todo el conocimiento humano al que aspiran los humanistas), y que precisamente no tenía en las universidades (anquilosadas en el escolasticismo y en las élites sociales de los colegios mayores) el lugar principal para su desarrollo, sino en academias y otras instituciones.

Tras las reformas universitarias de 1847 en España, la *«Facultad de Filosofía»* se estableció como una facultad genérica para el estudio de las disciplinas que no entraban en las tradicionales de *Derecho o Medicina*. En aquellas facultades se establecieron cuatro secciones: *Literatura, Filosofía, Ciencias Naturales y Ciencias Físico-Matemáticas*.

Con el tiempo, la separación de las facultades dedicadas a las *«Ciencias Físico-Naturales»* dejó en la denominada *Facultad de Filosofía y Letras* las disciplinas que no entraban en ese ámbito. Era clásica la división de las *«Facultades de Ciencias»* en cinco especialidades: *Física, Química, Biología, Geología y Exactas*. Aproximadamente, un siglo más tarde en la mayor parte de las universidades españolas, estas especialidades se convertirían en Facultades. Como dato a destacar, en la universidad de

Granada su Facultad de Ciencias en el curso 1975-76, (curso en el que ejercí aquí como profesor), ya impartía estudios de las cinco especialidades antes citadas.

En muchas de las etapas más importantes de la filosofía, el pensamiento matemático ha sido considerado como modelo de conocimiento. La tendencia es bien patente en los pitagóricos, para quienes la misma constitución ontológica del universo es número y armonía. Como nos recuerda de Guzmán (1983), Filolao afirmaba:

«Grande, todopoderosa, todo perfeccionadora y divina es la fuerza del número, comienzo y regidor de la vida divina y humana, participante en todo. Sin el número todo carece de fronteras y es confuso y oscuro. [...] Porque nada de las cosas nos sería claro ni en su mismo ser ni en sus relaciones mutuas si no existiera el número y su esencia».

El pensamiento pitagórico se mantuvo vivo durante muchos siglos y se mantiene de alguna manera, pero no de modo "universal".

En el siglo XVII Galileo Galilei escribía:

«Opino en verdad que el libro de la filosofía es el de la naturaleza, el cual se encuentra perpetuamente abierto ante nuestros ojos, pero como está escrito en caracteres diferentes de los de nuestro alfabeto no puede ser leído por todos».

Ortega y Gasset decía que la definición más verídica que de la Filosofía se puede dar es:

«Una ocupación a la que el hombre occidental se sintió forzado desde el siglo VI a.d.C. y que con extraña continuidad sigue ejercitando hasta el momento actual».

Para la Matemática, se podría extrapolar también la definición de Ortega, ya que el hombre la empezó a practicar desde el momento mismo que comenzó a razonar.

Sujetas siempre a condicionamientos históricos, la evolución de las Matemáticas (y en general de cualquier teoría científica) siempre ha estado motivada por la observación, la experimentación y la discusión crítica. No es fácil construir nuevas teorías matemáticas que, aparte de ser interesantes en sí mismas, interesen a los demás y, a medio o largo plazo, tengan aplicaciones prácticas. Las leyes de la naturaleza tienen una realidad objetiva y tangible, y la misión de la ciencia es mostrar esta realidad. La herramienta más poderosa que ha encontrado la humanidad es la utilización de las Matemáticas, adaptadas a cada momento y a cada circunstancia, aunque dependiendo también de la exactitud de las teorías construidas y del grado de los conocimientos matemáticos disponibles en aquel momento y de la propia naturaleza de la *«naturaleza»*.

Descartes nos dice que la Matemática constituye un modo de habituar el espíritu a nutrirse con verdades y no contentarse con falsas razones.

Todos los matemáticos son conscientes de la dificultad que entraña el hecho de crear una nueva teoría que supere en perfeccionamiento y aplicaciones a otra ya existente, o que, simplemente, pueda coexistir de modo que ambas se complementen. También, y debido siempre a razones ajenas a los matemáticos, en todas las civilizaciones y países se han sucedido, y frecuentemente alternándose, momentos de esplendor con otros de retroceso, tanto en la producción científica en general como de la Matemática en particular. Si analizamos la evolución histórica de las ciencias podemos comprobar cómo las Matemáticas, o lo que frecuentemente se entendía por esta disciplina, fueron la máquina que casi siempre arrastraba el tren de toda la ciencia y eran ellas las que iban marcando la velocidad, aunque mantener ese ritmo no siempre resultase fácil ni cómodo.

La defensa de la potencia y belleza de las estructuras matemáticas en varias ramas, en particular en la Física, no debe conducirnos a confundir estas ciencias con las Matemáticas: como dice Feynman, cada una ayuda a la otra. La Matemática moderna, y en particular la Geometría, ha sido considerablemente estimulada por los avances de la Física, pero las Matemáticas están basadas fundamentalmente en *«la lógica de sus reglas de razonamiento»*. Existen razones poderosas para considerar el conocimiento matemático como modelo de conocimiento científico, ya que ningún otro tipo de ciencia alcanza su objetivo propio con tanta eficacia, evidencia y certeza. Muchos filósofos se han visto seducidos por el pensamiento matemático que, sin embargo, no sirve como *«modelo»* para otras ciencias. Un hecho característico de la creación matemática consiste en la posibilidad de una contemplación descansada e inmediata de una verdad profunda, inesperada y llena de implicaciones y aplicaciones. Como también señala de Guzmán, un resultado matemático debe incluir cualidades tales como seriedad, generalidad, profundidad, inevitabilidad, economía de pensamiento, transparencia, sobriedad y adecuación, entre otras.

Las ciencias experimentales, y en ellas incluyo las Matemáticas, son verdaderas por sí mismas, no por presiones sociales, ya que la naturaleza y sus leyes no dependen de nuestra mente. Me atrevería a decir más: las diferentes teorías matemáticas que se han construido a lo largo de la historia (desde las más sencillas a las más complicadas), y las que se descubrirán en el futuro, están ahí, como dijo en una ocasión Chern; lo que es necesario es *«descubrirlas y, así, sacarlas a la luz»*.

Si bien la experimentación y la observación diaria de los fenómenos del mundo físico han sido el motor principal para la formulación de determinadas teorías matemáticas, también es cierto que la abstracción ha permitido la construcción de otras igualmente ciertas y coherentes. Por ejemplo, a lo largo de la historia podemos ver que han sido muy numerosos los intentos por parte de los miembros de la comunidad matemática de llegar a probar el quinto postulado de Euclides a partir de los restantes. No ha sido hasta la mitad del siglo XIX cuando se ha demostrado la independencia completa de todos los postulados y que, si se suprimía el quinto, también era posible construir nuevas geometrías tan consistentes como la de Euclides. Nacen así las geometrías no euclídeas, que tanta importancia tienen en la actualidad tanto en el área de las Matemáticas como en la de la Física.

Como señala López Pellicer, la Hipótesis de Riemann, relativa a la distribución de los números primos, es un problema abierto desde 1859 cuya demostración, en palabras de Wiles, que en 1993 probó el último Teorema de Fermat:

«Nos dará la posibilidad de orientarnos en el mundo matemático como la solución del problema de la longitud ayudó a los exploradores del siglo XVIII a navegar en el mundo físico».

Por otra parte, Selberg, medalla Fields, señala:

«Es muy posible que la Hipótesis de Riemann llegue sin demostración a su bicentenario, no creo que se trate de un resultado indemostrable, pero su demostración puede ser tan compleja que podría suceder que el cerebro humano no consiga nunca alcanzarla».

Éstas y otras opiniones sobre este problema nos muestran la belleza, sencillez en los enunciados y dificultad para la solución de muchos problemas matemáticos.

Como decía Cantor:

«Las Matemáticas son enteramente libres en su desarrollo, y sus conceptos, que sólo están ligados por la necesidad de no ser contradictorios, deben estar coordinados con conceptos anteriores introducidos mediante

definiciones precisas».

Frecuentemente, su utilidad proviene de que si encontramos unos objetos físicos o mentales que satisfacen los postulados, relativos a una estructura, se podrán deducir de una manera lógica, para esos objetos, las consecuencias estudiadas anteriormente por los matemáticos y relativas a dicha estructura. Según Bourbaki, la esencia de las Matemáticas aparece así como el estudio de las relaciones entre los objetos que sólo son conocidos y descritos mediante algunas de sus propiedades, precisamente aquellas que se consideran como los axiomas en la base de la teoría.

En Matemáticas la intuición está desacreditada como método de prueba. Pero es, en cambio, una guía para encontrar los axiomas y, por consiguiente, toda la teoría. La intuición es la fuerza creadora que sugiere relaciones inesperadas e incita a adivinar relaciones abstractas de valor en operaciones reales. La verdad matemática reside así únicamente en la deducción lógica a partir de premisas establecidas de antemano mediante los axiomas.

Aunque, como se dijo anteriormente, las Matemáticas nacen en parte como una necesidad de explicar científicamente los fenómenos naturales, debemos poner de manifiesto que una cosa es el mundo real y otra muy diferente las Matemáticas, aunque estén relacionados y tengan numerosos puntos de contacto. Por esta razón, cuando se estudian ciertos modelos matemáticos, es preciso tomar algunas precauciones, pues, en algún caso, se puede pensar que se están adquiriendo conceptos del mundo, lo cual puede no suceder. De lo que sí se puede estar completamente seguro es de conocer y poder analizar el modelo matemático. A lo largo de la historia algunos conceptos matemáticos han sido muy difíciles de comprender y asimilar, pese a su aparente presencia en el mundo físico. Por ejemplo, el concepto del infinito.

Otro ejemplo que demuestra la dificultad del pensamiento matemático nos viene dado por el problema de poder realizar la cuadratura del círculo, utilizando únicamente la regla y el compás. Los primeros intentos para conseguirla se localizan en la antigua Grecia, en el siglo V a.d.C. Tendrían que pasar varios siglos para que se pudiese demostrar analíticamente que dicha cuadratura no era posible.

Frecuentemente, las Matemáticas también se consideran como un juego. Littlewood dijo al respecto:

«Un buen juego matemático vale por muchos teoremas».

Una gran parte de la alta matemática actual procede de acertijos y juegos matemáticos. Por ejemplo, la conjetura de Riemann, el problema de los puentes de Königsberg, las conjeturas de Fermat y Goldbach, el problema de los cuatro colores, etc.

A veces el tipo de abstracción que se utiliza en las Matemáticas es de una naturaleza muy profunda, pero una vez formalizado el modelo matemático es posible obtener con frecuencia resultados prácticos interesantes. Así, por ejemplo, von Neumann, en los años veinte del siglo pasado, se ocupa de los fundamentos de esta ciencia, introduciendo una famosa axiomática de la teoría de conjuntos. Él trabajó también en problemas de hidrodinámica, en los cuales necesitaba manejar ciertas ecuaciones en derivadas parciales con soluciones difíciles de analizar. Sintió entonces la necesidad de conseguir resultados numéricos para la interpretación de estas soluciones, cuya observación mostrara un camino que condujera a la creación de una teoría. Así, se vio obligado a examinar problemas del cálculo con la ayuda de máquinas electrónicas, lo que aportó importantes descubrimientos sobre computación. Según su amigo, el también matemático Ulam:

«Las aportaciones de von Neumann a la teoría de la computación estaban inspiradas en los artículos que escribió sobre los fundamentos de las Matemáticas».

Esto pone de manifiesto una vez más que incluso la parte más abstracta de la Matemática puede conducir a aplicaciones prácticas de gran interés.

Si analizamos la historia de la ciencia, vemos que las Matemáticas nunca han estado aisladas del resto de las disciplinas. Es particularmente interesante la interrelación, tan profunda y antigua entre la Física y las Matemáticas, que hace difícil concebir la una sin la otra. En este sentido, son muchas las teorías físicas que han generado conceptos e invariantes matemáticos (los monopolos han originado invariantes en variedades diferenciables; las integrales de Feynman de la teoría cuántica de campos los han proporcionado en la teoría de nudos, etc.). También la modelización y resolución de problemas físicos conlleva, cada vez más, a la utilización de elementos matemáticos, muchos de ellos de carácter muy abstracto, así como el planteamiento de nuevos problemas y generalizaciones.

Otro hecho distintivo de la época en que nos ha tocado vivir ha sido que las Matemáticas han invadido otras ramas del conocimiento, lo que puede ser debido a que, como escribió Miguel de Guzmán (1983) en su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales:

«El número es la herramienta a disposición de nuestro pensamiento para hacerse con las normas de actuación de la naturaleza».

En el mismo discurso, transcribía además la siguiente frase de Filolao:

«El mundo es quien armoniza en el alma las cosas con su percepción, haciéndolas cognoscibles unas con otras, proporcionándoles corporeidad».

En justa reciprocidad, las Matemáticas han sido permeables a la influencia de las otras ciencias, por lo que el profesor Sixto Ríos también terminaba así su discurso de ingreso en la Real Academia de las Ciencias en 1961:

«Desde comienzos del siglo XX, la Física, más tarde la Biología y, desde hace un par de décadas, las Ciencias Humanas, han hecho que en la Matemática florezcan ideas nuevas y fecundas, que le den un influjo sobre el

resto de la ciencia comparable al que tuvo en la época de Newton y Leibniz».

En 1968, el profesor Darío Maravall escribía en su discurso de ingreso en la misma Academia:

«Las fronteras entre las diversas ciencias no están trazadas de manera clara y distinta al estilo cartesiano, sino que se solapan entre sí ofreciendo un aspecto de continuidad, de modo que si bien es cierto que cada ciencia tiene un núcleo claramente diferenciado, tiene también una corteza que resulta difícil precisar si pertenece a ella o pertenece ya a otra [...]. Toda ciencia tiene sus auxiliares y a su vez es auxiliar de otras ciencias, y esta relación de ayudantía es tan fuerte que, con relativa frecuencia, un progreso en la ciencia auxiliar perfecciona la ciencia fundamental, infinitamente más que un progreso de ella misma».

En los comienzos del desarrollo de la Historia de las Ciencias, de las Artes y de las Letras, los conocimientos eran de carácter interdisciplinar. Las barreras entre las diferentes disciplinas fueron apareciendo a medida que aumentaba su progreso. Es a partir del siglo XVIII cuando se hace más notable esta diferenciación. Sin embargo, debemos tener en cuenta que la ciencia o las manifestaciones artísticas de cualquier naturaleza no deben estar en compartimentos, mas bien debe existir interdisciplinariedad, lo cual, evidentemente, enriquecerá el desarrollo de las diferentes ramas del conocimiento. Como casos curiosos y muy conocidos de la formación humanística de algunos científicos, y de la formación científica de algunos humanistas, tenemos los del insigne matemático riojano Rey Pastor, quién llegó a ocupar un sillón en la Real Academia de la Lengua; y Echegaray, profesor de Matemáticas, primero en una Escuela Técnica Superior y posteriormente en la Facultad de Ciencias de la Universidad Complutense, y que alcanzó el Premio Nobel de Literatura (compartido con Mistral).

Otro factor a tener en consideración y que cambió profundamente los principios de la actividad intelectual medieval, favoreciendo la actividad de los humanistas y la reestructuración del mapa del conocimiento, fue la invención de la imprenta. Este hecho cambiaría el ritmo de la historia.

En noviembre de 1991 tuve la oportunidad y el placer de poder asistir a un ciclo de conferencias que Santaló pronunció en la Cátedra Ferrater Mora de la Universidad de Girona. Dichas conferencias están recogidas en Santaló (1994). En una de ellas él dijo:

«Gracias a la imprenta, los libros, y el saber que contenían podían ser difundidos con mucha más facilidad que en los siglos anteriores. La posibilidad de grandes tiradas va a reducir los gastos y va a multiplicar el número de compradores y de lectores, lo que aceleraría la circulación de ideas. Los crecientes fondos de fuentes impresas van a permitir la aparición de una era de lecturas comparable a la de los clásicos. Por ello, se ha dicho que se inició en el mundo la nueva era de la galaxia Gutenberg, en la que el hombre culto fue cimentando sus conocimientos en los libros y los hizo depender de éstos cada vez más, formando un todo con ellos. Se podría decir que el hombre completo era el conjunto de él mismo y de su biblioteca. A través de los siglos, el material impreso (que se ha presentado en una gran

variedad de formas: libros, revistas, diarios y enciclopedias) ha llegado a inundar la sociedad y ha sobrepasado la capacidad de información de cada individuo. Además, el material impreso, aun limitado a la especialidad y a los intereses de cada uno, sobrepasa las posibilidades de las bibliotecas particulares, y hasta las de las grandes bibliotecas públicas. Por este motivo se dice que con el segundo milenio se está llegando al límite de la galaxia Gutenberg, para empezar a entrar en la galaxia Marconi, en la que toda la información procederá de los grandes bancos de datos, a los que se accederá a través de ordenadores. Toda la información disponible, en lugar de ser acumulada en libros impresos, se almacena en disquetes o microfichas con la ayuda de ordenadores, que también permiten hallar el dato buscado y transcribirlo con facilidad mediante impresoras a una forma legible. El hombre del año 2000 será la pareja indisoluble de él mismo y de una terminal de ordenador».

En aquel momento era difícil adivinar el impacto del ordenador en la vida ordinaria y Santaló sólo mencionó la terminal de ordenador. Dos décadas más tarde se observa el enorme cambio social que supuso esta aplicación de la Informática, así como la aparición de los aparatos portátiles, que eran inconcebibles hace tan sólo unos años.

Yo pienso que si Santaló consideraba la aparición y uso de la imprenta como la Galaxia Gutenberg, la nueva era Internet, sin lugar a dudas, se puede considerar como un cúmulo de galaxias e incluso un supercúmulo, llamado Galaxia Marconi por Santaló.

Evidentemente, es muy difícil dar una definición de la Matemática y que ésta sea universalmente admitida. Quizás la siguiente podría ser bastante aceptable:

«La Matemática está formada por un conjunto de esquemas, elaborados lógicamente sobre unas intuiciones, que son abstracción de propiedades de los cuerpos (correspondencia, que incluye el concepto de número, extensión, medida, posición relativa, aplicación, etc.) y que se utiliza en aquello que convenga».

Poincaré dio una gran definición de la Matemática, (Bourguignon 2002):

«Hacer Matemáticas es dar el mismo nombre a cosas diferentes».

2. Primeras reflexiones sobre las Matemáticas en España

La polémica sobre la ciencia española en general, y sobre las Matemáticas en particular, que alcanzó su momento culminante a finales del siglo XIX, ha quedado zanjada. Desgraciadamente, tenían la razón quienes señalaban la inexistencia de una ciencia matemática española. Mucho se ha escrito y discutido sobre cuáles fueron las causas de nuestro retraso científico en esta especialidad. Éste es un problema de muy difícil solución. Aunque sea muy brevemente, me voy a permitir recordar algunos pensamientos de varias autoridades en esta materia.

Con los años, el retraso existente se fue haciendo patente. Aparecieron estudios serenos de nuestra aportación a las Matemáticas; por ejemplo, el de Julio Rey Pastor. La situación creada es extraña y difícil de explicar, dado el valor que la cultura española tiene en otros órdenes, tales como el artístico, literario o humano. Aquellas etapas de la historia en las que los poderes públicos trataron de evitar que se reconociese el retraso científico, causaron un gravísimo daño a España. La recuperación era muy difícil, ya que estábamos disputando una carrera de fondo donde los demás corredores nos llevaban muchos metros de ventaja, y ellos no iban a detenerse. Todavía hoy perdura, en parte, la creencia de que el progreso científico no es demasiado importante. Mientras los poderes públicos no escuchen atentamente a las entidades competentes y no pongan los medios económicos suficientes, difícilmente se alcanzará ese mínimo crítico que permita el desarrollo científico, en general, y el matemático en particular, que, sin duda, el genio español sabe, puede y debe alcanzar. En gran medida, se sigue pensando en España que lo que necesitamos es técnica y no ciencia, y no se comprende la absoluta necesidad de esos difíciles estudios en la ciencia básica. En los grandes centros de investigación internacionales se tiene muy claro que la investigación aplicada es una consecuencia lógica de la potenciación de la investigación básica y ésta no la abandonan nunca. También, a menudo, es difícil y casi imposible diferenciar estas dos líneas de investigación, ya que están directamente interrelacionadas y la potenciación de una conlleva necesariamente la potenciación de la otra.

Es posible que mi apreciación esté deformada por mi formación profesional, sin embargo coincide con la de muchos otros científicos. Estoy totalmente convencido de que sin un desarrollo matemático fuerte un país no puede aspirar a tener un desarrollo científico de alto nivel ni puede pensar en un desarrollo industrial competitivo. Por el bien de nuestro desarrollo en todos los aspectos es necesario ser valiente y denunciar las deficiencias como, por ejemplo, lo hizo el eminente matemático Rey Pastor, quien en su obra *«Los matemáticos españoles del siglo XVI»* escribe:

«Y bien, preguntará el lector, ya terminada mi revisión, si al simple examen de los libros de nuestros matemáticos del siglo XVI, se desvanecen como el humo aquellos imaginarios descubrimientos, que sólo han existido en la mente de nuestros entusiastas panegiristas ¿qué nos queda?, ¿ha sido completamente nula nuestra contribución a la Matemática en aquella brillante centuria? Nos quedan tres nombres: una esperanza halagüeña, que es Fray Ortega, revelada por unos simples ejemplos numéricos; dos realidades brillantes, que son Nonmicus y Alvaro Tomás (estos dos últimos eran portugueses). A estos nombres sigue un vacío de siglos. Para poder explicar la historia de España en la Edad Moderna, el profesor Onís de la Universidad de Oviedo en un bellísimo discurso de apertura del curso académico 1912-13, después de haber estudiado el pasado de nuestras universidades, se veía obligado a proponer una hipótesis: España no ha sido nunca un pueblo moderno; el estado de ánimo de su civilización en el siglo XVI es, en su corriente más poderosa, la última floración de la cultura medieval, sobre la cual flotaron débiles corrientes de la cultura moderna, que no llegaron a producir una forma propia, duradera y fecunda de la cultura moderna nacional. Y esta hipótesis, que nuestro orgullo se resistía a admitir,

tiene una comprobación plena en el examen histórico que antecede. Repitamos, una vez más nuestra conclusión, y digámosla crudamente para cauterizar ese injustificado orgullo, que impide nuestro progreso, España no ha tenido nunca una cultura matemática moderna».

Las Matemáticas en España, en la primera mitad del siglo XX, han discurrido por senderos pobres e infecundos. Como reconoce el mismo Rey Pastor, en España nos habíamos equivocado una vez más de camino. Así, en su discurso de contestación al de ingreso de la Academia de Ciencias del Profesor San Juan, afirma que:

«Deber de exactitud es glorificar a los matemáticos del Siglo de Oro que aportaron ideas originales [...], pero la Matemática moderna era entonces el álgebra, que los españoles dejaron de lado. En el siglo XVI produjo Omerique una obra muy ingeniosa anticartesiana; cuando precisamente la Matemática moderna era y sigue siendo cartesiana. En la centuria siguiente no surge matemático creador ninguno, y debemos conformarnos con la introducción, por Jorge Juan del cálculo infinitesimal y eso sí con un siglo de retraso, perdiendo así la tercera oportunidad en que se abre una gran puerta de acceso a la Matemática moderna. A finales del siglo XIX damos un salto de gigante con la introducción de Staudt, más estudiado aquí que en Alemania; pero la Geometría se enderezó por un rumbo analítico, y tanto Cremona, como Torroja y quienes los seguimos, quedamos otra vez fuera de cauce».

En 1913, Echegaray, primer presidente de la Sociedad Matemática

Española (SME), escribe:

«Las Matemáticas fueron, y son una de las grandes preocupaciones de mi vida; y si yo hubiera sido rico o lo fuera hoy, si no tuviera que ganar el pan de cada día con el trabajo diario, probablemente me hubiera marchado a una casa de campo muy alegre y muy confortable, y me hubiera dedicado exclusivamente al cultivo de las Ciencias Matemáticas. [...]. Pero el cultivo de las Altas Matemáticas no da lo bastante para vivir. [...]. Jamás, ni en las épocas más agitadas de mi vida, he abandonado la ciencia de mi predilección; pero nunca me he dedicado a ella como quisiera».

Durán Loriga, en un artículo titulado *¡SURSUM CORDA!,* que fue publicado en el primer número de la Revista de la Sociedad Matemática Española en 1911, dice:

«La creación de la Sociedad Matemática Española debe señalarse como piedra blanca en los anales de la Ciencia Patria. [...]. Lo primero que se impone es crear un ambiente matemático; es preciso convencer a todo el mundo de que sin esta gran Ciencia no se puede abordar hoy el estudio de la Física y Naturales, que cada día tienden más y más a tomar forma matemática; de ella se nutren, y a ella piden fuerzas. Hay que vencer muchos prejuicios que existen acerca de los estudios cuya utilidad, dentro de ciertos límites, ponen en duda aún personas de cierta cultura.

[...] Importantes son también los trabajos que debe realizar la nueva sociedad en cuanto atañe a la cuestión de pedagogía matemática, en la que

se impone una transformación profunda […].

La base de toda educación científica debe ser no la que presenta el trabajo como una imposición, sino la que lo haga ver como una obra agradable, como una necesidad para dignificar al hombre, como una expansión del alma».

En el editorial de la Revista de la SME en 1915 se puede leer:

«La Matemática ha de sacar todas sus verdades de adentro, de nuestra propia razón, y no es esto tan sencillo».

Estamos muy mal los españoles, en general, y salvo honrosísimas excepciones, de conocimientos matemáticos; mal que tiene sus raíces en la propia escuela primaria. […]. Y como nadie quiere que le hablen de lo que no entiende, ni tampoco confesar su ignorancia, hemos convenido que las Matemáticas no sirven para casi nada en el mundo; y los técnicos de todas las profesiones las han reducido a lo estrictamente necesario para entender el formulario o el vademécum correspondiente […]. La Matemática se pule y ensancha al contacto con la realidad».

Estas frases son interesantes ya que explican el retraso científico español: *«No se podía vivir de las matemáticas»*.

A comienzos del siglo XX, el insigne matemático Félix Klein (1927), de la universidad de Gotinga, escribió un libro sobre *«Matemática elemental,* *desde un punto de vista superior»*, el cual fue traducido al español en 1927. Él se consideraba un renovador y le daba una gran importancia al empleo constante de los *«Métodos gráficos»*. Para facilitar esta renovación, Klein dice que:

«Es necesario prescindir de mucho que hasta hoy ha constituido objeto de nuestra enseñanza, que aún cuando por sí mismo pueda ser muy interesante, aparece menos esencial al relacionarlo con toda la cultura moderna.

Ante todo, debe darse una gran importancia a una fuerte educación de la intuición espacial; después debe ir ascendiendo la enseñanza hasta llegar a los umbrales del cálculo infinitesimal, de modo que el naturalista o el técnico de seguros, pongamos por ejemplo, saque ya de la escuela el instrumento matemático que haya de necesitar en todos sus trabajos».

Personalmente, considero muy ilustrativas estas sencillas palabras pronunciadas por una persona con una mente privilegiada para la Matemática.

En su discurso de apertura de curso en la Universidad de Santiago, en 1972, el profesor Vidal Abascal profundizaba en las razones de esta equivocación:

«En efecto, no ha bastado que hombres sumamente inteligentes, con una tenaz vocación, se hayan dedicado a escribir libros profundos y extensos, como la Geometría de la Posición de Torroja, o la Teoría Geométrica de la

Polaridad de Rey Pastor, o su Geometría Proyectiva Superior o la Geometría Analítica Proyectiva, en varios extensos volúmenes de Vegas. Aún limitándonos a la Geometría, hubiesen sido precisos, además, matemáticos que durante esos años cultivasen la Geometría Diferencial, la Topología y el Análisis Funcional».

Según Marañón y Vidal (1972), quizás la causa fundamental de nuestro retraso científico-matemático se deba a motivos culturales. Marañón dice:

«La consigna es aplastar al adversario y no ponerse de acuerdo con él; y la verdad no es del aplastamiento, sino del acuerdo, de donde surge».

En cierta manera, también Menéndez Pidal, en su Historia de España, sostiene esto mismo cuando escribe:

«Muy lejos, pues, de achacar la debilidad de España a la indocilidad del pueblo que no sabe acatar a sus selectos, hay que atribuirla al desacuerdo y a la invidencia de estos mismos selectos, deficiencias que fraccionan y dispersan la dirección».

Permítanme que cuente una historieta que considero muy ilustrativa respecto al camino que algunos debemos, (o más bien deberíamos), seguir.

El famoso director de cine Luis Buñuel, natural de Calanda, dictó unas amenas "*Memorias*", (Buñuel, 1982), en las que se recogen diversos pensamientos y actos de su vida. En la página 127, relata la siguiente historia:

"Durante mi primera estancia en Nueva York un día, empujado por la curiosidad, acudí al plató principal de la Metro–Goldwin–Mayer, (MGM). Por todas partes se anunciaba que el todopoderoso Louis B. Mayer deseaba dirigirse a todos los empleados de la Compañía.

Éramos varios centenares, sentados en bancos, de cara a una tribuna en la que se sentó el gran jefe, con sus principales dirigentes. Colaboradores, directores, secretarias, técnicos, actores, obreros, no faltaba nadie.

[...] hablaron varios directores que fueron muy aplaudidos. Finalmente se levantó el jefazo y, en medio de un respetuoso y atento silencio, nos dijo:

Queridos amigos, tras larga reflexión, creo haber logrado condensar en una fórmula muy simple, y tal vez definitiva, el secreto que, con el respeto de todos, nos asegurará el progreso constante y una duradera prosperidad para nuestra Compañía. Voy a escribirla en fórmula.

Detrás de él había una gran pizarra negra. Mayer, entre la expectación que es de imaginar, se volvió hacia ella y escribió lentamente con tiza, en letras mayúsculas: CO-OPERATE.

*Después de lo cual se sentó entre estruendosos aplausos"***.**

Buñuel dice que quedó estupefacto. En esa situación, a mí me pasaría lo mismo, pero ahora no voy a añadir nada. Les dejo a todos ustedes que apliquen esta fórmula en la forma más conveniente y saquen sus propias consecuencias.

Durante la primera mitad del siglo XX el aislamiento de la Matemática en España, respecto a las nuevas ideas que estaban de actualidad en otros países europeos, fue casi total. Sólo algunos casos aislados y, en parte, la política científica de la Junta de Ampliación de Estudios intentaron paliar esta situación.

3. La fructífera relación de Santaló con Vidal

En la década de los años treinta del siglo XX parecía que se abría un rayo de luz a la Matemática española en la figura de Santaló.

Cursa sus estudios de Matemáticas en la Universidad Complutense a comienzos de la década de los años treinta. Aconsejado por Rey Pastor, se desplaza a Hamburgo en 1934 para trabajar y especializarse con Blaschke en Geometría Integral. Santaló me comentó en una ocasión que una vez llegó allí, Blaschke le indicó que debía seguir un curso que estaba impartiendo un joven matemático; se trataba de Kaehler. Él siguió dicho curso, lo que le permitió más tarde obtener interesantes resultados; por ejemplo, entre otros, determinar el volumen del grupo unitario. Coincidió allí con otros jóvenes investigadores de una valía excepcional; entre ellos, Chern, Varga y Pentkastchian. En particular, entabló con Chern una intensa relación personal y profesional, que se mantendría a lo largo de toda su vida. De hecho, se puede observar su influencia mutua analizando las respectivas publicaciones. De vuelta a España, publica algunos artículos, sobre todo en la Revista Matemática Hispano-Americana, pero estalla la guerra civil y se ve obligado a abandonar España rumbo a Buenos Aires a través de Francia. A partir de ese momento, Santaló realiza la práctica totalidad de su excepcional obra en aquel país. Fue tan importante su producción en Geometría Integral que, como consta en varios escritos de Chern, éste le consideró como el mejor especialista en Geometría Integral de todo el siglo XX. Otros analistas le incluyen en el grupo de los geómetras más importantes de dicho siglo, formado por Blaschke, Hadwiger, Chern y Santaló.

Su obra sobre Geometría Integral se estudia actualmente en los más prestigiosos centros matemáticos internacionales y es básica para geómetras aplicados y probabilistas.

Muchos otros matemáticos realizaron grandes esfuerzos por mejorar el nivel de las Matemáticas en España y publicaron muchos e interesantes trabajos, pero la mayoría (como hemos dicho anteriormente) estaban basados en las ideas del siglo XIX. En ese momento en Europa la ciencia matemática seguía otros derroteros, ya que a finales de aquel siglo había aparecido, entre otras, la Topología como una rama básica para varias disciplinas matemáticas, tanto la Conjuntista, como la Algebraica ó Análisis Situs. En España esta materia se comenzó a enseñar tímidamente en las décadas de los cuarenta y los cincuenta. Otro tanto podemos decir de las modernas teorías de la Geometría Diferencial y del Álgebra, que tanta importancia tuvieron y tienen actualmente en el moderno desarrollo de la Física Teórica. Felizmente, esta situación cambió a partir de las décadas de los años cincuenta y sesenta.

Así, podemos observar que había en la universidad española un número de profesores, todavía limitado, pero significativo, que comprendían el problema del aislamiento y se preocupaban, por una parte, de enviar discípulos a los más prestigiosos centros extranjeros para especializarse en las nuevas teorías, y por otra de invitar a sus universidades a aquellos especialistas que las pudiesen explicar. Ello, unido a una acertada política de becas y ayudas para desplazarse al extranjero a partir de finales de los sesenta, permitió que, globalmente, las Matemáticas en España se incorporaran a las nuevas corrientes científicas internacionales.

A comienzos de la década de los años treinta, Vidal había sido compañero de estudios de Matematicas de Marcel Santaló en la Complutense. Marcel era hermano de Luis y a Vidal le fue fácil contactar con Luis. Por deferencia de Vidal Costa (hijo de Vidal) tuvimos acceso a todo el intercambio epistolar que desde el año 1936 hasta 1983 mantuvieron Santaló y Vidal. Leyendo la parte científica de estas cartas uno se puede imaginar cual era la situación de la investigación en Geometría Diferencial e Integral a lo largo de casi medio siglo en España y también se puede apreciar el gran interés que ambos tenían para poder mejorar esta situación.

Vidal fue mi maestro, director de tesis, compañero y amigo hasta su muerte en 1994. Él me recomendó que me dedicase a la Geometria Diferencial. Estuve con él en el Departamento de Geometría y Topología de Santiago desde 1965 hasta 1975, hasta que me vine a Granada. Allí, aprendí muchas cosas que considero fueron muy importantes para mi formación posterior en los aspectos científico y humano. Él nos mostró a mi y a otros jóvenes del Departamento la forma de investigar en Geometría Diferencial, la importancia de las relaciones entre colegas a nivel nacional e internacional y lo imprescindible que era aprender las últimas técnicas sobre el problema en el que se estuviese trabajando. Siempre nos animaba y procuraba ayudarnos a que pudiésemos acudir a los centros especializados más relevantes e idóneos. Vidal era una persona de una cultura muy amplia y que se dedicaba con todas sus fuerzas a la docencia, a la investigación y a promocionar a sus discípulos. Con su ejemplo, nos mostró el camino que debíamos seguir para poder continuar la obra que él había iniciado con tanto éxito en Santiago y que no era otro que poder situarnos en la órbita de la investigación matemática de calidad. Sin duda alguna, debido a su influencia científica y a su excepcional poder de persuasión, no nos ha resultado difícil poder imitarle, al menos en mi caso. Vidal se había dado cuenta de cual era el problema de la Matemática española; en particular, de la Geometría Diferencial. Había intentado (y lo que es más importante, lo había conseguido) contactar con varios insignes matemáticos de talla internacional que, con sus seminarios y consejos, nos permitieron salir del aislamiento científico en el que, en general, se encontraba esta especialidad en España.

Frecuentemente, durante nuestras largas sesiones de trabajo, Vidal siempre me hablaba con gran admiración y cariño de su amigo Santaló y me señalaba el gran interés que éste tenía por seguir la evolución de la Matemática española y poder ayudar en lo posible a su desarrollo, aunque fuera desde tanta distancia. Conocí a Santaló en Santiago en 1967, con ocasión de un Congreso Internacional de Geometría Diferencial, organizado por Vidal. Volvió a otros congresos de esta universidad en los años 1972 y 1978. A partir de la década de los setenta, permaneció en diversas ocasiones en varias universidades españolas, impartiendo cursos, conferencias, seminarios e interesándose siempre por el estado de los estudios y de la investigación de las Matemáticas en España. Bastantes años más tarde (en noviembre de 1991) tuve la oportunidad de seguir un curso suyo que impartió en la Cátedra Ferrater Mora de la Universidad de Girona. Comentando con él mi relación con Vidal, le pedí que, si lo consideraba oportuno y conveniente, me relatase algunas cosas de su vida profesional. Tuvo la amabilidad de contarme muchas vivencias suyas, todas ellas muy interesantes. Así, tuve la oportunidad de poder escuchar de primera mano una parte de la historia de este insigne geómetra hispano-argentino.

La última vez que le encontré fue en Buenos Aires en 1997. Allí, tuve la oportunidad de impartir una conferencia en la que pude mostrar su influencia en la obra de algunos matemáticos españoles.

Todos sabemos que su obra es de un valor excepcional. Por razones obvias de tiempo, no voy a referirme a ella. Toda persona interesada puede consultar la *«Selecta»* que Reventós y yo hemos publicado.

Además, quisiera resaltar un detalle que me ha llamado poderosamente la atención. En 1943 Santaló publica en la revista de la Unión Matemática Argentina un artículo titulado: *«Sobre la distribución probable de corpúsculos en un cuerpo deducida de la distribución en sus secciones»*. Utilizando fundamentalmente este artículo y otros en la misma línea, en la década de los sesenta, Elías y otros profesores de Estadística de Estados Unidos *«crean»* una nueva especialidad dentro de las Matemáticas, que titulan *«La Estereología»*, que trata sobre un conjunto de métodos para la exploración del espacio tridimensional cuando sólo son conocidas secciones de dimensión dos, por conjuntos sólidos o bien sus proyecciones.

El Capítulo XVI del famoso libro de Santaló: *«Integral Geometry and Geometric Probability»* está dedicado a esta especialidad, la cual tiene múltiples aplicaciones prácticas en Biología, Ingeniería, Mineralogía, Metalurgia, Biomedicina, Geometría y Estadística

Evidentemente, la relación de Santaló con la Matemática española no hubiese sido tan intensa y fructífera si no hubiese existido su relación con Vidal, quién en las décadas de los años treinta y cuarenta fue el único geómetra español que se propuso seguir su obra de una manera continuada. Vidal se interesó en un principio por los problemas de la Geometría Diferencial e Integral al estudiar el libro de Bieberback. Según me manifestó en diversas ocasiones, cada vez que entendía un teorema o resultado en la dimensión 2, se sentía capaz de buscar su generalización a dimensiones superiores. Así, pudo demostrar algunos resultados muy interesantes, algunos de ellos publicados en prestigiosas revistas de carácter internacional. Como pedagogo, Vidal era extraordinario. Poseía una prodigiosa intuición geométrica y una gran visión de futuro. Se sentía feliz cada vez que observaba cómo sus discípulos íbamos captando sus explicaciones. Personalmente, pienso que quiso profundizar más en el estudio de la obra de Santaló, pero sus escasos conocimientos algebraicos (debido a su formación en esta materia) no le permitieron conocer y manejar en aquel momento con la suficiente soltura el método de la referencia móvil de Cartan ni la teoría elemental de las álgebras de Lie, herramientas que Santaló había aprendido durante su estancia en Hamburgo

4. La Matemática española de hoy

Desde 1940 se edita en Boston el Mathematical Reviews y desde 1931 el Zentralblatt für Mathematik en Berlín. En ellos son analizados los contenidos de todas las publicaciones mundiales de Matemáticas en libros, revistas, monografías, etc. Como es sabido, existen también clasificaciones que, aunque de una manera aproximada, miden la categoría científica de las revistas especializadas atendiendo a su índice de impacto. En los años finales del siglo XIX se crea la Unión Matemática Internacional (IMU), organización que a partir de 1930 concede las medallas Fields, (equivalentes a los premios Nobel para Matemáticas). Teniendo en cuenta los índices de impacto de las diversas publicaciones matemáticas, la IMU clasifica los países según su producción matemática. Ésta varía entre un mínimo de una y un máximo de cinco estrellas. Según los datos a los que he tenido acceso, España estuvo, hasta la década de los noventa, en el grupo de países con dos estrellas. En este momento tenemos asignadas cuatro y ocupamos el puesto número nueve en la clasificación mundial. Realmente el crecimiento científico en esta especialidad ha sido exponencial.

La situación actual de la producción matemática en la universidad española es muy buena, aunque, evidentemente, siempre es mejorable. Son ya numerosos los matemáticos españoles que publican en revistas que figuran en los primeros lugares de los índices de impacto y que participan en congresos y coloquios a nivel internacional. Muchos de sus artículos y libros aparecen citados en la bibliografía especializada. Además, la enseñanza de las Matemáticas en la universidad se ha institucionalizado de forma que los grupos de investigación importantes no desaparecerán cuando se retira su creador. La razón es que la semilla ha arraigado con fuerza, y es frecuente encontrar ya en los equipos a jóvenes investigadores dispuestos a crear nuevos grupos, o bien a continuar la labor de sus maestros.

En esta dirección, resultan reconfortantes las palabras entresacadas del discurso de investidura del Profesor M. P. do Carmo como Doctor Honoris Causa de la Universidad de Murcia, (Do Carmo do 2012):

«A Matematica Española teve, nos últimos anos, uma forte participaçao internacional no desenvolvimento da Geometría Diferencial. Geômetras espanhois foram convidados a presentar os seus resultados nesta área nas duas últimas reunioes (2006 e 2010) dos Congresos da Uniao Matemática Internacional. Tais congresos se reunem a cada quatro anos para revisar o que foi feito de importante no intervalo, e é considerada uma honra

especial ser convidado a apresentar seus trábalhos em um destes Congresos».

Cabe indicar que do Carmo es uno de los más importantes matemáticos actuales en el campo de la Geometría Diferencial a nivel internacional.

A la Matemática española todavía le queda sin embargo mucho camino por recorrer, y adolece de varios defectos que es necesario corregir. Por ejemplo, a diferencia de otros países, tales como Estados Unidos, Francia, Italia, Alemania, Japón, Brasil o México (sólo por citar algunos), no existen dotaciones presupuestarias suficientes para becas de iniciación y consolidación en la investigación, ni se dispone de suficientes institutos de investigación específicos para Matemáticas.

La transferencia de tecnología matemática a las empresas desde las universidades y centros de investigación aún es escasa en España. Se sabe que muchas de las grandes empresas sí suelen tener departamentos de I+D que incluyen a matemáticos. Sin embargo, eso no sucede en la pequeña y mediana empresa, que a menudo desconoce cómo acudir a expertos matemáticos que podrían resultarles de gran ayuda. Las Matemáticas funcionan a menudo como *«la mano invisible»* que diseña las tecnologías, elabora los modelos y optimiza los procedimientos. Es reconfortante poder afirmar que respecto a la ocupación laboral:

«Para los matemáticos siempre hay trabajo».

Según un estudio elaborado por la Real Sociedad Matemática Española en 2007, el 98,2% de los matemáticos está empleado. El informe:

«Salidas Profesionales de los Estudios de Matemáticas: Análisis de Inserción Laboral y Ofertas de Empleo»,

encargado por la ANECA, pretendía poner a prueba el estereotipo de que los matemáticos, a excepción de algunos brillantes y afortunados investigadores, sólo encuentran trabajo dando clases o en tareas de investigación. El resto de matemáticos trabaja en Bancos, Cajas y Finanzas (16,4%); la Administración Pública (14,5%); Informática (7%); Consultoría (6,6%); y Ciencia/Tecnología (5,1%). Su incorporación al mercado laboral ha sido un proceso muy rápido. Al cabo de dos años de terminar los estudios, el índice de desempleo era de sólo del 5%, y la ocupación es casi plena (98,2%) a los cinco años.

En 1990 se crea en Europa la Sociedad Europea de Matemáticas (EMS), a la cual se adhirieron la práctica totalidad de sociedades matemáticas de los países europeos. Una vez más, con retraso respecto a Europa y debido a una serie de razones tan sólo imputables a los españoles, la adhesión de la RSME no fue aprobada hasta 1998 en Berlín. En la actualidad todos los miembros de la RSME pueden ser socios de la SEM y estar así puntualmente informados de gran número de actividades científicas que desarrollan tanto las sociedades miembros como la propia EMS. Es éste un paso necesario para evitar una vez más el aislamiento secular de las Matemáticas en España.

En la *«Declaración de Río de Janeiro sobre Matemáticas»* de 1992, la

IMU, declaró el año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas con los siguientes tres objetivos:

1. *«Determinar los grandes desafíos matemáticos del siglo XXI»*.

2. *«Promulgación de las Matemáticas puras y aplicadas como una de las claves fundamentales para el desarrollo»*.

3. *«El reconocimiento de la presencia sistemática de las Matemáticas en la sociedad de la información (la imagen de las Matemáticas)»*.

La UNESCO, en su Asamblea General de 1997, aceptó, e hizo suya, la propuesta de la IMU.

España tuvo un gran protagonismo a partir del año 2000, ya que en ese año se celebró en Barcelona el III Congreso Europeo de las Matemáticas y en 2006 se celebró en Madrid el *«International Congress of Mathematicians»*. Aprovechando estos acontecimientos, se organizaron conferencias satélites en varias universidades españolas. Valencia será sede en 2019 del Congreso Internacional de Matemática Aplicada e Industrial, evento similar en matemática aplicada al ICM de la IMU. La candidatura fue presentada por la Sociedad Española de Matemática Aplicada (SEMA) ha resultado ganadora el 11 de mayo de 2013

En este momento España ha hecho y sigue haciendo un gran esfuerzo para integrarse en la Comunidad Europea. Esta integración no sólo debe ser política y económica, sino que debe abarcar otros muchos aspectos, entre los que evidentemente debe figurar el científico y, en particular, el matemático. Una gran mayoría de los países de la Unión Europea son conscientes de que una mejora en su nivel matemático repercutirá de una manera muy favorable en su desarrollo científico, tecnológico y social. Me voy a permitir relatar y comparar un hecho que se ha producido hace unos años en Francia.

En 1987 se celebró en Palaiseau, al sur de París, un encuentro de matemáticos para estudiar la situación general de las Matemáticas en Francia. De él se extrajeron diversas conclusiones y se dieron un plazo de diez años para analizar el problema y sacar conclusiones. En enero 1997 se volvió a organizar otro congreso de matemáticos para analizar la evolución de las perspectivas y los resultados obtenidos con sus recomendaciones. En este sentido es altamente satisfactorio un párrafo que aparece en Risler (1997) y que dice así:

«Uno de los objetivos del Coloquio «Mathématiques à Venir» era convencer a las personas que tienen que decidir que las Matemáticas eran un recurso estratégico. Bajo este aspecto, las Matemáticas han sido entendidas y ello se ha traducido en una mejora importante de la financiación de las Matemáticas y de su representación en las instancias de decisión».

La importancia que se le da a la investigación en Matemáticas en Francia queda puesta de manifiesto por el hecho de que entre 1986 y 1996 el número de catedráticos de universidad, en áreas de Matemáticas (sin contar los de Informática), pasó de 650 a 1.090. En el mismo período, el de investigadores del Centre National de la Recherche Scientifique pasó de 220 a 334. En el momento actual, la Fundación de Ciencias Matemáticas de París (FSMP), que agrupa a aproximadamente 1.000 investigadores, es uno de los más amplios terrenos productivos de matemáticos en todo el mundo. Las prestigiosas medallas y premios que la Fundación ha conseguido durante los últimos años dan testimonio de su nivel de excelencia.

A la vista de esta situación, cabe preguntarnos si los matemáticos españoles seremos capaces de convencer a nuestros gobernantes de la necesidad de potenciar la enseñanza de las Matemáticas en todos sus niveles y de crear y consolidar una política científica razonable y moderna en la investigación en Matemáticas, tanto puras como aplicadas. Si consiguiésemos este objetivo, habríamos dado un gran paso hacia el desarrollo científico global en España. ¿Y si comenzamos por intentar convencer a nuestros colegas científicos, que han reducido a 1/2 o 1/3 las matemáticas de los nuevos planes de estudio de los grados? Parece interesante señalar que en la práctica totalidad de las escuelas técnicas alemanas los alumnos deben superar dos cursos completos de matemáticas, uno general y otro específico.

La inexistencia de centros específicos para la investigación matemática resulta paradójica si la comparamos con el desarrollo de la investigación matemática universitaria. Es éste un problema que tarde o temprano (esperemos que sea temprano) deberán abordar nuestros poderes públicos, tanto a nivel estatal como autonómico.

Dada la situación actual por la que está atravesando España como consecuencia de la crisis que estamos padeciendo, aunque me gusta ver el futuro de las matemáticas en España con optimismo, he de manifestar que me encuentro muy pesimista. No siendo las matemáticas rentables para nuestros poderes fácticos a corto plazo, no se dan cuenta del inmenso daño que están causando a nuestro país con restricciones que no permiten seguir el crecimiento que se vino experimentando durante la segunda mitad del siglo XX y comienzos del XXI.

Me consta que en este momento la Real Sociedad Matemática Española también es consciente de esta situación y, en la medida de sus muy limitadas posibilidades, está intentando ayudar a evitar el estancamiento y potenciar el despegue definitivo de las Matemáticas en España, procurando además acercarlas a la sociedad, aunque esta tarea no siempre resulta fácil.

5. Algunas consideraciones sobre la enseñanza de las Matemáticas en España

A menudo oímos hablar en los medios de comunicación, y frecuentemente comentamos, la dificultad que presentan las Matemáticas para su aprendizaje en todos sus niveles. Todo país desarrollado debería ser consciente de la importancia y la necesidad del conocimiento científico en general, y del matemático en particular para, así, entender mejor el mundo que nos rodea. Sin embargo, es frecuente encontrar en la sociedad una actitud de incomprensión, incluso de desconfianza, hacia la ciencia, sobre todo hacia las

Matemáticas. Esto es consecuencia de su desconocimiento. Cuanto mayor es la formación científica y humanística de un pueblo, menor es esta desconfianza. Hay países que han comprendido perfectamente este «*postulado*» y procuran aplicarlo en su vida cotidiana. No se trata de volver al enciclopedismo ilustrado, pero sí de dar al mayor número posible de personas una amplia formación científico-humanística.

Es de todos sabido la repulsa casi generalizada que sienten los estudiantes hacia las Matemáticas. Quizás la razón fundamental de este rechazo resida en la falta de un inevitable encadenamiento de los conocimientos que debería estar presente en el aprendizaje de esta materia, y que no es tan necesario en otras asignaturas. En efecto, el conocimiento de las Matemáticas y de la Lengua es acumulativo, a diferencia de otras disciplinas como la Física, la Geografía o la Historia. Bourguignon, (2002), señala que:

«Está claro que la imagen que los matemáticos dan al público en general necesita ser elaborada para hacerla más acorde a lo que de hecho ellos hacen».

El primer encuentro de un niño con las Matemáticas se tiene en la escuela. Todos los países son conscientes de la importancia de la formación en esta etapa. Las Matemáticas se hacen fundamentalmente con números y figuras geométricas y las Matemáticas no están escondidas, pero el proceso de abstracción, que está en el corazón de esta ciencia, queda oculto con frecuencia. Para algunos *«las Matemáticas son sólo el lenguaje de lo cuantitativo»*, pero ésta es mucho más.

En general, en la sociedad, las Matemáticas se ven como un tema muerto como lo pone de manifiesto la famosa pregunta:

«¿Qué puede hacer usted de un tema en el que todo está hecho?».

Es de vital importancia mostrar a los estudiantes y a la sociedad en general la idea de que las Matemáticas están todavía en proceso de construcción y que miles de matemáticos en todo el mundo están trabajando y resolviendo problemas importantes y, en muchos casos, con aplicaciones a otras especialidades como la Física, la Química, la Biología, la Geología, la Medicina, la Industria, las Comunicaciones, etc. También, teorías matemáticas que en el pasado sólo eran accesibles a un grupo muy restringido de grandes mentes pueden ser hoy asimiladas correctamente por una mayoría de estudiosos, merced al desarrollo de nuevos conceptos y técnicas.

No quisiera terminar sin denunciar un problema acuciante que en estos momentos tiene la sociedad española. En efecto, es un verdadero problema el bajísimo nivel que la enseñanza de las Matemáticas tiene en las Enseñanzas Primaria y Secundaria. Evidentemente, la socialización y la masificación de la enseñanza lleva aparejado el riesgo de una disminución de la calidad. Nadie debe ignorar el hecho de que el nivel cultural y formativo de nuestros actuales bachilleres es muy inferior tanto en Ciencias como en Humanidades al que se tenía hace unas décadas. Sin embargo, otros países han sabido armonizar el aumento del número de alumnos de Enseñanza Secundaria con el mantenimiento del nivel. Ello repercute en el nivel cultural global de sus estudiantes. Este problema también ha sido denunciado recientemente en su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales por el académico valenciano, el profesor Manuel López Pellicer (1997):

«El haber sido Catedrático de Instituto entre 1968 y 1975 me permitió entablar amistad con maestros en el sentido más profundo de la palabra [...]. En aquella época se dedicaba mucho tiempo en Enseñanza Media a la Matemática. En mi opinión, considero erróneas las reducciones horarias que ha sufrido la Matemática en bachillerato y en muchas carreras universitarias, que no son compensables con textos de gran calidad, de los que todos conocemos ejemplos. La Matemática requiere la formación de hábitos mentales, que conllevan tiempo. La falta de formación matemática implica su simple utilización algorítmica en otras ciencias, lo que impide llegar al fondo de sus mensajes. Pienso que sin formación no hay aprendizaje, ya que el saber presupone siempre la comprensión de las ciencias básicas».

Esta frase incide nuevamente en la falta de comprensión hacia las Matemáticas tanto por parte de las entidades como de los colegas. Este hecho lo estamos viendo actualmente en la enseñanza en todos los niveles. Añadamos además la situación político socio económica que estamos atravesando para darnos cuenta de la gravedad de este problema.

Con la estructura actual de la enseñanza de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria en todo el Estado español, es casi imposible para la práctica totalidad de los alumnos una comprensión y un aprendizaje correctos de esta disciplina. El bachillerato francés (aunque haya bajado de nivel durante los últimos años) tiene una herencia de la época napoleónica, sigue conservando su alta cualificación, pese a los diversos cambios sociales y políticos que ha sufrido en el último siglo. Este alto nivel es consecuencia de una acertada y continuada política educativa. Tengamos en cuenta que, por ejemplo, en el último año del bachillerato y en las ramas científico-técnicas, Francia nos supera ampliamente en el número de horas dedicadas semanalmente a la enseñanza de las Matemáticas y de La lengua. Lo mismo se podría decir respecto de las otras Ciencias y de las Humanidades.

Me ha parecido muy interesante una reflexión de Ortega y Gasset referente al nivel científico de un pueblo:

«Porque es un hecho innegable que la ciencia experimental ha prosperado en buena parte merced al trabajo de hombres fabulosamente mediocres».

Esta consideración de Ortega se puede aplicar a todas las ramas del pensamiento humano. En todas las especialidades aquellas personas que, por sus dotes, son capaces de abrir y señalar nuevos horizontes al conocimiento, no constituyen más que unos pocos puntos críticos entre todas aquellas personas dedicadas de alguna manera a dicha especialidad.

Azcárraga, (1997), en un discurso inaugural de año académico en la Universidad de Valencia, también se preguntaba:

«¿Cómo conseguir una mínima educación científica, tan imprescindible en nuestros días?»

y añadía:

«La única forma de elevar la formación científica de la sociedad es mejorar la enseñanza de las Ciencias desde el comienzo».

Tampoco se olvidaba de lo importante que es la formación humanística. Si analizamos fríamente la situación actual, debemos reconocer las deficiencias que en su formación presentan los alumnos que entran en nuestras universidades, en particular en lo relativo a su formación matemática y lingüística. No es aventurado pensar que una gran parte del fracaso escolar en los primeros años de vida universitaria se debe al bajo nivel que presentan los estudiantes en estas dos materias, fundamentalmente en la lengua que deben expresarse.

Hace unos meses tuve la oportunidad de comentar en la Universidad de Alicante diversos aspectos de las matemáticas con el insigne profesor P. Gruber de Viena. Amablemente, para esta conferencia, me ha enviado unas palabras que considero muy importantes:

«After the foundation in 1919 the University of Hamburg had a famous Department of Mathematics, including Art in, Heckle, Blacchke, Schreyer, Radon, Witt and others. Each of the full professors taught in consecutive semesters, resp. years, analysis, linear algebra, algebra,

differential equations, differential geometry, etc. Students followed this curriculum and thus got their mathematical education more or less through the lectures of a single professor. The state exam (teachers diploma) had to be taken with the Hamburg school authorities. There was a big difference between the elaborated lectures with elegant, faultless, perfect proofs of Artin and Blaschke's incomplete proofs, with gaps and without specifying assumptions, but giving an idea of what was going on. Everybody expected that at the state exam Artin's students would do much better than the other students, but, surprisingly, the contrary was true. At first nobody was able to explain this. Apparently the students who had to fill in details, precise assumptions, valid definitions and who had to correct minor errors, developed a better mathematical understanding. This seems to be the explanation of the Hamburg phenomenon. This story should be told to the authorities who are responsible for teaching and to people working in education».

También me parece importante señalar la propiedad universal de las matemáticas. Ellas son ciertas por sí mismas en el tiempo y en el espacio. Hoy estamos utilizando resultados demostrados hace cientos, incluso miles de años, y que no pasan de moda. Esto también pone de manifiesto la importancia del estudio y análisis de la Historia de las Matemáticas.

La Real Academia de Ciencias, por mandato estatutario debe:

«Fomentar el estudio […] de las Ciencias Exactas, Físicas, Químicas, Geológicas y Biológicas […] así como propagar su conocimiento».

Esta sociedad contempla con preocupación el deterioro de la enseñanza de las ciencias en España en todos los niveles educativos. A finales del año 2012 ha emitido un informe sobre este problema. En él, después de señalar los problemas, se permite sugerir algunas posibles soluciones. Deseo equivocarme, pero creo que mientras no se ataque este problema desde la base y con todas sus consecuencias, estaremos poniendo remiendos a un traje muy deshilachado. Hacer uno nuevo es, en estos momentos, un problema social muy complicado.

Estas consideraciones deberían preocupar a la sociedad y a los gobiernos tanto estatal como autonómicos, ya que en estos tiempos, sumamente tecnificados e informatizados, en los que el cálculo y la simulación numérica son una componente esencial de los procesos científicos e industriales, el aprendizaje y la asimilación de las Matemáticas no debe ni puede estar aislada de la informática, considerándola siempre como una herramienta auxiliar muy potente. Es una creencia muy extendida que, gracias a las máquinas de calcular y los ordenadores, ya no necesitamos saber Matemáticas. Nada más lejos de la realidad:

«La máquina por sí sola no sabe hacer nada; para poder programarla es imprescindible un conocimiento, aunque sea mínimo pero bien asimilado, de las Matemáticas».

Pero el aumento del nivel educativo de un país no se consigue de una manera inmediata, sino que es necesario esperar varios años (tal vez lustros) para que los resultados de una reforma meditada, coherente y razonable sean tangibles. Frecuentemente, los poderes públicos sólo consideran los beneficios inmediatos de sus acciones. Resulta entonces muy difícil, por no decir imposible, poner en práctica las reformas adecuadas a largo plazo, ya que chocan por una parte con la inercia de la sociedad y por otra con la de los propios legisladores a quienes, en muchas ocasiones, les preocupa más el presente que el futuro.

6. Importancia de las Matemáticas aplicadas para la sociedad actual

No es aventurado afirmar que la Matemática occidental surgió primero entre los babilonios y los egipcios con fines prácticos bien concretos, económicos y astronómicos. El carácter práctico y aplicado de la Matemática aparece esporádicamente en la obra de Arquímedes, quien llega a presentar sus invenciones casi como una aberración por la que pide disculpas. Plutarco dice de él:

«Aunque sus inventos le habían dado la fama de poseer una sagacidad más que humana no se dignó dejar tras de sí ningún trabajo escrito sobre tales materias, sino que, considerando como innoble y sucio el objeto de la mecánica y toda suerte de artes dedicadas a la utilidad y al provecho, puso toda su ambición en aquellas especulaciones cuya belleza y sutileza no están teñidas por ningún color que aluda a las necesidades ordinarias de la vida».

Parece que la razón profunda por la que los griegos se dedicaron con tanto interés al estudio de la Astronomía fue que los fenómenos astronómicos resultan estar más cerca de la abstracción, con su relativa simplicidad y pureza, comparados con los fenómenos inmediatos al hombre. Con anterioridad a los griegos, los indios nos legaron nuestro sistema de numeración decimal y, más tarde los árabes, además de otros progresos matemáticos, fueron los primeros iniciadores del cálculo literal.

La aplicabilidad de las Matemáticas es un misterio difícil de entender. A nivel elemental no resulta tan sorprendente, ya que la aplicación del número no parece necesitar mucha explicación. Sin embargo, detrás de este hecho se esconde el mismo misterio que subyace a la extraña adecuación a realidades más complicadas de las teorías matemáticas más complejas. Lo misterioso de la aplicabilidad de las matemáticas nos devuelve a la pregunta: *¿Qué son las Matemáticas?*

Bourbaki afirma:

«Que existe una relación íntima entre los fenómenos experimentales y las estructuras matemáticas parece confirmarse plenamente de la forma más inesperada mediante los descubrimientos más recientes de la Física contemporánea. Pero no sabemos absolutamente nada sobre los fundamentos de este hecho y tal vez no lleguemos a saber nunca sobre ello».

Por su parte Wigner acaba su famoso artículo *«La ilógica eficacia de las Matemáticas en las Ciencias Naturales»* con estas palabras:

«El milagro de la adecuación del lenguaje de la Matemática para la formulación de las leyes físicas es un don maravilloso que ni entendemos ni merecemos. Deberíamos mostrarnos agradecidos por él y esperar que permanecerá siendo válido en la investigación futura y que se extenderá, para bien o para mal, para placer nuestro aunque también tal vez para nuestra perplejidad, a ramas más amplias del saber».

Sin embargo, debemos ser cautelosos con el hecho de no abusar del lenguaje matemático; así como de su uso y generalizaciones. De una manera cómica Spivak nos amenaza seriamente:

«Personalmente pienso que la siguiente persona que proponga una nueva definición de conexión debería ser juzgada severamente».

Esta frase nos aporta un punto más de reflexión sobre qué son las Matemáticas y qué debe guiarlas en su desarrollo.

Con frecuencia, el ciudadano anónimo suele plantearse las siguientes cuestiones:

a) ¿Dónde están las Matemáticas a nuestro alrededor?

b) ¿Para qué sirven?

c) ¿Qué importancia tienen en la vida profesional de una persona?

La investigación y la educación matemática están en el núcleo de algunas profesiones, mientras que otras las utilizan tanto a ellas como sus aplicaciones para contribuir al desarrollo de las Ciencias en general, de los Negocios, Finanzas, Fabricación industrial, Comunicaciones, Ingeniería, etc.

En el siglo XX las Matemáticas, como muchas otras ciencias, han experimentado un excepcional desarrollo. Se estima que hoy el número de matemáticos dedicados a la investigación puede superar los 80.000, cifra todavía pequeña en comparación con el número de biólogos que se supone supera el millón.

El emparejamiento de las Matemáticas con las potentes herramientas de cálculo permitió mostrar habilidades fantásticas tanto en el aspecto de cálculo como de visualización geométrica. Bourguignon, (2002), propone medir los tipos de impacto que la llegada de los ordenadores ha tenido en esta ciencia. Él los organiza en varias familias:

a) La posibilidad de tratar conjuntos de datos enormes (big data) con grandes e importantes aplicaciones a la Estadística.

b) Estas nuevas máquinas que manejan sólo datos finitos, nos fuerzan a reconsiderar las relaciones entre lo finito y lo infinito, sobre la convergencia de los procesos. Tiene interesantes aplicaciones a la criptografía.

c) Las máquinas pueden repetir un algoritmo sencillo una gran cantidad de veces.

Bourguignon continúa:

«El impacto de las nuevas herramientas de cálculo es considerable, abriendo nuevos dominios a las Matemáticas, cambiando nuestra apreciación de la complejidad y dando nuevas herramientas a los matemáticos para resolver sus problemas, así como los profundos problemas matemáticos que plantean las máquinas y las redes que las conectan. Ésta es sin duda una de las nuevas fronteras de esta ciencia. Lo que en su día fue considerado por los matemáticos como una amenaza da una gran oportunidad de revitalizar la disciplina y hacerla relevante en muchas más situaciones».

Con la aparición y desarrollo de las nuevas tecnologías, desde finales del siglo pasado, se observa la «omnipresencia de las matemáticas en la vida de una persona». Ello es consecuencia de la existencia de potentes aparatos de cálculo, inimaginables hace tan sólo unas décadas. Frecuentemente, las Matemáticas están enmascaradas y, en general, no se ven. Por ejemplo, aparatos de extraordinaria utilidad para diagnósticos y tratamientos médicos, emisores, sistemas de transporte y receptores en el mundo de las comunicaciones, paneles informativos digitales, códigos de barras, manufacturación y uso de productos industriales, tales como aviones, coches, satélites, etc.

Como nos recuerda también Bourguignon, se puede asegurar que nos movemos en una sociedad dominada por la comunicación. Si la aparición de la imprenta supuso un hito para el desarrollo de la humanidad, en el sentido de poder hacer asequible la cultura y la información a un número considerablemente mayor de personas, tan importante estará siendo la aparición de la informática y sus aplicaciones. Pero debemos ser cautos en el aspecto de saber filtrar adecuadamente esta información.

7. ¿Dónde están las Matemáticas a nuestro alrededor?

Evidentemente, no podemos ser exhaustivos en enunciar la totalidad de las aplicaciones de las matemáticas a la vida ordinaria. A modo de ejemplos ilustrativos podemos mostrar los siguientes:

a) Los sistemas biológicos. Dada la estructura del ADN de un ser vivo, es muy razonable pensar que para poder actuar sobre él se requiera un estudio profundo tanto de de matemática discreta como de conjuntos de datos grandes.

b) Los modernos sistemas de comunicaciones están revolucionando el funcionamiento de nuestra sociedad. Dado un sistema físico diseñado para transportar datos, puede ser necesario comprimirlos para adaptarse a la capacidad de las redes. Diseñar los algoritmos para comprimir y descomprimir es un problema muy difícil. Se tiende a usar la teoría de *«ondículas (wavelet transform)»*, herramienta matemática relativamente nueva que generaliza la transformada de Fourier[1] y es especialmente útil para el procesamiento y análisis de señales.

Me parece el momento oportuno para citar a la actriz Hedy Lamarr, cuyo verdadero nombre al nacer era Hedwig Eva María Kiesler, (1914-2000). Fue, a la vez que actriz, inventora e ingeniera en telecomunicaciones. Es conocida *como «Una de las mujeres más preciosas en la historia del cine y también como la inventora de la primera versión de las comunicaciones que utilizan la técnica del espectro ensanchado»*. Este *«espectro ensanchado»* hace uso de las propiedades de la transformada de Fourier. Pienso que Lamarr fue una adelantada a la época que le tocó vivir.

El *«sistema global de posición»* (GPS) es otro ejemplo de una herramienta moderna que necesita Matemáticas muy avanzadas para conseguir la exactitud necesaria en sus cálculos.

c) Codificación de información.

d) Recogida y análisis de datos, códigos de barras, etc.

e) Estadísticas y encuestas. Es probablemente en esta área donde una contribución hacia un pensamiento crítico a través de las Matemáticas es realmente posible y al mismo tiempo indispensable.

[1] La transformada de Fourier es la herramienta básica de la teoría de la comunicación. Aunque los wavelets se utilizan en algunos sistemas, el 99% de los sistemas de comunicación modernos (wifi, GSM, etc…) están basados en hacer una FFT/IFFT

f) Automática y robótica.

g) Optimización de formas. Se utiliza para ello la teoría de puntos críticos de ciertos funcionales. Tiene importantes aplicaciones en aerodinámica, reducción de costes de producción, resistencia de materiales, etc.

h) Productos bancarios, seguros y modelos económicos sostenibles. Las empresas usan modelos probabilísticos sofisticados con el fin de evaluar los índices en los que está basado el precio y que dependen de parámetros aleatorios. Para analizar rigurosamente estos modelos aparece una nueva rama de nuestra disciplina*: «la Matemática Financiera»*, que ya se oferta en muchos cursos de master de las más prestigiosas universidades, tanto nacionales como internacionales.

i) Perfeccionamiento de estrategias para recargar mantos acuíferos.

j) Modelos de cómo el gobierno y la industria pueden cooperar para disminuir la polución.

k) Modelos de la transmisión de enfermedades infecciosas que permitan diseñar estrategias para controlarlas o erradicarlas.

l) Interpretación matemática de la incertidumbre en el cambio climático y mejora de las predicciones meteorológicas.

m) La posibilidad de efectuar predicciones más precisas de desastres naturales, como terremotos, volcanes, tsunamis, tornados, etc.

n) Adaptación de los ecosistemas al cambio climático.

o) Mantenimiento de la biodiversidad.

p) Le geometría integral aplicada a la medicina; en particular, los rayos X y la Tomografía Axial Computerizada (TAC).

8. Interés por el estudio de la Matemática aplicada.

Estamos viendo que esta rama de las Matemáticas, que utiliza métodos matemáticos que son típicamente usados en Ciencias, Ingeniería, Empresas, e Industria, es una disciplina con un conocimiento especializado. El término también describe la especialidad profesional en la cual los matemáticos trabajan con problemas prácticos y para entender éstos se construyen los correspondientes modelos. En el pasado, las aplicaciones prácticas motivaron el desarrollo de teorías matemáticas, las cuales se convirtieron en tema de estudio de las Matemáticas Puras. Así la actividad de las Matemáticas Aplicadas está intrínsecamente conectada con la investigación en Matemáticas Puras.

Evidentemente, es notoria la importancia de esta ciencia en la vida de una persona en particular y de la sociedad en general. A lo largo de la historia, la sociedad se preocupó y se sigue preocupando por mejorar esta interacción.

Por ejemplo, el *«Certificado Nacional de Preparación Profesional»* (Career Readness Certificate Programa, NCRC) en Estados Unidos de América está constituido por tres evaluaciones clave para poder desempeñar un empleo. Estas son:

a) Matemáticas Aplicadas

b) Localización de información.

c) Comprensión de la información.

Este certificado no es obligatorio, pero si recomendable para la inserción laboral. Desde 2006 muchos millones de ciudadanos de aquel país ya disponen de él. Desconozco el nivel exigido en Matemáticas Aplicadas, pero estoy totalmente de acuerdo con estas tres evaluaciones globales, ya que miden la destreza que tiene una persona cuando se tiene que enfrentar problemas que le surgen a diario en su puesto de trabajo.

Desde un punto de vista totalmente diferente quisiera hacer unas pequeñas consideraciones sobre cómo son tratadas las Matemáticas Aplicadas en tres grandes centros científicos de renombre universal:

1) El *«Programa de Matemáticas Aplicadas»*, MAP5, está adscrito a

la Universidad París-Descartes de París. Entre otras instituciones, también está ligado al Centre Nacional de Recherche Scientifique, CNRS, y a la Société Mathématique de París. Básicamente, sus temas de investigación en este momento, entre otros, son:

1.a) Estadística.

1.b) Probabilidad.

1.c) Tratamiento de imágenes.

1.d) Modelización Numérica, cuyo campo de interés es la modelización de fenómenos naturales, comportamientos, reacciones, aplicaciones a la mecánica, a la física o a la biología del ser vivo, y principalmente una combinación de estos dominios, traduciendo en ecuaciones el comportamiento del objeto analizado. En general, la modelización reposa sobre ecuaciones en derivadas parciales, frecuentemente no lineales, o sobre principios variaciones.

1.e) Ingeniería multimedia.

2) La Universidad de Oxford no hace una diferenciación explícita entre Matemática Pura y Aplicada y para el año 2013 ofrece:

2a) *«Máster en Ciencias obtenido por investigación en Matemáticas».*

2b) *«Máster en Ciencias Matemáticas y Fundamentos de Ciencia Computacional».*

2c) *«Máster en Matemática Financiera».*

3) *«El programa de investigación ofertado por el MIT (Massachussets Institute of Technology) para Matemáticas Aplicadas»* intenta buscar importantes conexiones con otras disciplinas que puedan inspirar matemáticas incesantes y útiles y donde el razonamiento de innovación matemática puede conducir a nuevos conocimientos. Comprende los siguientes grandes bloques:

3a) Combinatoria, que engloba el estudio general de objetos discretos que con mayor frecuencia están apareciendo el los modelos de la Física, la Química, la Biología y la Bioquímica.

3b) Biología computacional.

3c) Matemáticas aplicadas al mundo físico.

3d) Ciencias Computacionales y Análisis Numérico.

3e) Ciencia Teórica de la Computación, que es el puente natural entre las Matemáticas y las Ciencias de la Computación, obteniendo beneficios ambos campos a partir de esta conexión

3f) Física Teórica.

Sin temor a equivocarnos podemos afirmar que desde las finanzas por Internet, *«*e-Finance*»,* hasta la Ecología, del mantenimiento de la paz a la dinámica de poblaciones, de la Urbanística a la Oceanografía, de los materiales para la medicina y de la seguridad a la sostenibilidad, las Matemáticas tienen un papel central en la comprensión y la anticipación de una gran gama de preocupaciones sociales y en predecir, manipular o capitalizar sus consecuencias.

Gran Bretaña inició su participación en la iniciativa mundial *«Matemáticas del Planeta Tierra»* 2013, (MPT 2013), que se propuso desde la Universidad de Montreal, que cuenta con apoyo de la UNESCO y que mostrará y fomentará la contribución de las Matemáticas en la búsqueda de soluciones a problemas mundiales, como las catástrofes naturales, el cambio climático, el desarrollo sustentable y las pandemias.

La UNESCO apoya sin reservas esta extraordinaria colaboración de los matemáticos del mundo para hacer progresar la investigación de los retos fundamentales del planeta:

«Esto permitirá entender mejor los desafíos mundiales, sensibilizar al público y enriquecer los programas escolares integrando el papel fundamental de las Matemáticas en la búsqueda de soluciones a los problemas que acechan a nuestro planeta».

El matemático mexicano Iturriaga, investigador del Centro de

Investigación en Matemáticas (Cimat) de Guanajuato, es más breve y contundente que los ingleses en su explicación de la importancia de las Matemáticas:

«Pon tú el problema, muy probablemente necesitarás un matemático para su solución. En el otro extremo del espectro ecológico, [por ejemplo] el petróleo está lejos de haberse acabado, lo que está a punto de acabarse es el petróleo fácil de sacar, el que está a poca profundidad y que basta hacer un hoyo para que salga. Cuando deja de salir, no quiere decir que no haya, sino que ya no sale, las técnicas de recuperación del resto necesitan modelos complicados de dinámica de los fluidos del yacimiento. Cómo y dónde se aumenta la presión, cómo reaccionará el yacimiento a la inyección de surfactantes (jabón) o al calentarlo. En fin […]. El agua, la energía son problemas que tocan problemáticas desde las ciencias sociales hasta las Matemáticas, pasando por lo que tú quieras».

Farmer, director del programa Oxford Martin sobre el futuro de la alimentación considera que:

«El desarrollo sostenible requiere de una mejor comprensión de las interacciones complejas entre un gran número de sistemas: Clima, Economía, Progreso tecnológico, Geología, Ecología, Ciencia espacial, regulación demográfica, seguridad, política mundial y psicología colectiva. Para asegurar la supervivencia del planeta, hace falta una visión clara de nuestro futuro y poner a la Filosofía en contacto con la Ciencia. Como científicos, nuestro trabajo consiste en comprender las causas y los efectos, haciendo

previsiones y cuantificando lo mejor posible las grandes incertidumbres de esas previsiones. Pero necesitamos que los matemáticos trabajen con los físicos, los ecologistas, los economistas, etcétera, para estar seguros de utilizar el modelo correcto».

El filósofo alemán Heidegger ha hablado *del «eterno aburrimiento del avance rectilíneo de la Matemática».* Según de Guzmán (opinión que yo también comparto):

«A mi parecer la incapacidad confesada para las Matemáticas de muchas personas altamente cultivadas, competentes en otras actividades y profundamente inteligentes, se debe sobre todo a un bloqueo psicológico inicial, originado por los métodos equivocados de enseñanza».

9. Mis lazos con Granada

Me gustaría que la audiencia fuera consciente de los entrañables momentos que he pasado en esta tierra. De hecho, uno de mis hijos nació aquí. En 1975 y 1976 obtuve las plazas de profesor Agregado y Catedrático de Geometría Diferencial en las Facultad de Ciencias de las Universidades de Granada y Valencia, respectivamente. Recuerdo que en mis contactos previos con varios integrantes del Departamento de Geometría y Topología de Granada les manifesté la intención de poder ponerme a dirigir una tesis de doctorado durante mi estancia en esta prestigiosa universidad. También recuerdo que varios jóvenes profesores me propusieron que el doctorando podía ser Manuel Barros. Tuve la satisfacción de poder llevar a cabo este trabajo.

En noviembre de 2011 con motivo de la celebración del centenario de la RSME fui invitado a pronunciar en Madrid una conferencia. El tema que elegí fue analizar, aunque fuese muy superficialmente, la situación de la investigación en España en el área de Geometría y Topología

Para poder entender un poco mejor la situación de la investigación en esta área a lo largo de los últimos cincuenta años he recopilado las referencias de las publicaciones de más de 200 investigadores españoles en Geometria y Topología Diferencial. He analizado los datos del Math. Sci. Net. de la American Mathematical Society con fecha final el mes de junio de 2011. La producción total ascendía a casi 5.000 artículos. Siguiendo la clasificación del Mathematical Reviews, efectué una clasificación de los mismos atendiendo a los dos primeros dígitos y una letra, considerando siempre la elección que el autor hizo en primer lugar.

Quisiera señalar que la producción científica del *«Departamento de Geometría y Topología de la Universidad de Granada»* ascendía a 999 artículos, lo que representaba aproximadamente un 21% del total. En este caso no sólo era muy elevado el número de publicaciones sino que la consideración científica de la mayoría de las revistas donde éstos habían sido publicados era de un alto nivel. Ya se sabía con anterioridad, pero ahora a la vista de los números, se puede afirmar que este Departamento es un ejemplo extraordinario de *«un centro de investigación de excelencia»* a nivel internacional y, evidentemente, constituye un ejemplo a imitar. Me cabe la satisfacción de que fui profesor en el mismo durante el curso 1975-1976. Tuve de alumno de licenciatura a Florentino García Santos (que en paz descanse) y a jóvenes de allí, dirigí cuatro tesis doctorales: Barros, Ramírez, Ferrández y Carreras. Por cuestiones administrativas y profesionales, al año siguiente me trasladé como Catedrático a la Universidad de Valencia. Uno de mis doctorandos, Barros, con sus excepcionales dotes científicas y de dirección, supo sentar las bases para que se consolidase este centro de investigación y, juntamente con él, Ros y otros brillantes jóvenes matemáticos, lo llevaron a la altura con que lo conocemos en la actualidad. Posteriormente, tanto algunos de mis colaboradores como yo, en la Universidad de Valencia, continuamos manteniendo una estrecha y fructífera relación científica con los miembros de este Departamento.

¿Y cómo no hablar de la Matemática de la Alhambra? Todos estamos familiarizados con los motivos ornamentales geométricos usados en la decoración de paredes y techos de estilo oriental. Nosotros podemos considerar los mosaicos o teselaciones simétricas del plano euclídeo. Si nuestro propósito es conocer el grupo de simetrías de los mosaicos y si queremos conocer el grupo formado por las isometrías planas que los dejan invariantes, las reglas por las que se rigen son bastante restrictivas. Desde este punto de vista, Fedorov, a finales del siglo XIX, y por otra parte Polya, a comienzos del XX, probaron que dentro de la teoría de grupos finitos en el plano hay exactamente 17 grupos posibles. Cada uno de éstos permite la división del plano en celdas congruentes que, agrupadas y coloreadas convenientemente, dieron lugar a los mosaicos clásicos y sirvieron al holandés

Escher (1898-1972) de inspiración para sus famosos grabados. En la línea de la escuela de Escher hay en la Comunidad Valenciana un renombrado pintor, Iturralde, cuya obra geométrica es digna de admirar.

Durante mucho tiempo se creyó que en la ornamentación de la Alhambra de Granada sólo se encontraban 13 de estos grupos. Como señala Montesinos (1987) no es difícil obtener 16 de ellos. El mérito del descubrimiento del que faltaba es de Montesinos y de Pérez Gómez, (Pérez Gómez, 1987). Mosaicos de estos tipos aparecen también en muchos otros lugares de la geografía española. Ello nos da idea del conocimiento empírico que los maestros de la ornamentación tenían de las Matemáticas. A pesar de que no habían desarrollado la teoría de los grupos finitos, los conocían y los utilizaban.

10. Colofón

En mi modesta opinión existe una gran diferencia en el hecho que para hablar de muchas actividades del espíritu humano sólo se precisa un poco de audacia y otro poco de información (a veces ni eso), de las Matemáticas sólo se puede hablar desde dentro y con una formación adecuada.

La Matemática también participa de un modo intenso de los avatares de la historia del hombre. Se han producido momentos de incertidumbre y confusión. Por ejemplo, los pitagóricos no entendían el número irracional. En lugar de convivir con él y tratar de explicarlo, se dedicaron más intensamente al cultivo de la Geometría y sus aplicaciones; sobre todo a la Astronomía. En esta dirección me parecen interesantes las palabras siguientes de Bourbaki:

«Creemos que la Matemática está destinada a sobrevivir y que jamás tendrá lugar un derrumbamiento de este edificio majestuoso por el hecho de una contradicción puesta de manifiesto repentinamente, pero no pretendemos que esta opinión se base sobre otra cosa que la experiencia. Es poco, dirán algunos. Pero desde hace 25 siglos los matemáticos tienen el hábito de corregir sus errores y de ver así su ciencia enriquecida, no empobrecida. Esto les da el derecho de arrostrar el porvenir con serenidad».

Respecto a la importancia de las Matemáticas terminaré citando de nuevo a Bourguignon:

«Podemos afirmar si temor a equivocarnos que las Matemáticas están vivas, debemos ser capaces de poder mostrar a la sociedad todas las Matemáticas que hay a nuestro alrededor y para qué sirven, que son todavía una ciencia en continuo desarrollo. El futuro de las Matemáticas está en las manos de aquellos jóvenes que nuestra generación sea capaz de atraer hacia las mismas».

Cecilio Jiménez Rueda nació en la Atarfe, Granada y fue físico y matemático. En 1896 obtiene la cátedra de “Geometría y de Geometría Analítica” de la Universidad de Valencia y en 1906 la de Geometría Métrica y complementos de Álgebra y Geometría” de la Universidad de Madrid.

En 1910 se celebra en Valencia un congreso de la "Asociación para el Progreso de las Ciencias". Parece ser que en este congreso se acuerda que durante el próximo año se redacten unos estatutos de una sociedad matemática para poder discutirlos en la siguiente reunión que tendría lugar en Granada.

En 2011 se celebró el centenario de la Real Sociedad Matemática Española (inicialmente llamada Sociedad Matemática Española), cuya creación se dio a conocer el 20 de junio de 1911 aquí en Granada.

Del discurso inaugural de la Sección de Ciencias Matemáticas en este congreso y que pronunció Jiménez Rueda parece interesante recordar el párrafo siguiente:

«No puedo dejar de mencionar un hecho transcendentalismo para el porvenir de la Matemática en nuestra patria. Acaba de constituirse, al amparo de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias la Sociedad Matemática Española. (...) Es Presidente de esta sociedad nuestro Presidente de Sección, el eminente sabio físico-matemático D. José Echegaray».

Muchas gracias por su atención

Bibliografía

Asked, R. (1985): *«How can mathematicians and mathematical historians help each other?»* History and Philosophy of modern mathematics, (Minneapolis, MN, 201-217,

Azcárraga, J. A. de (1997): *«En torno al conocimiento científico: Ciencia y Sociedad»*, Valencia, Universitat de València.

Bourbaki, N. (1976): *«Elementos de Historia de las Matemáticas»*, Madrid, Alianza Editorial.

Bourguignon, J. P. (2002): *«Un importante reto para los Matemáticos. El menosprecio del papel de las Matemáticas en la sociedad actual»*, La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, **5**, 297-309. (Traducción de O. Gil Medrano del artículo publicado en Newsletter of the Eur. Mat. Soc. 20-23, 129-134, (2000).

Buñuel, L. (1982): Mi último suspiro (Memorias), Plaza y Janes, 1982

Ceballos M., Núñez J. y Villacampa, R. (2013): *«Pedro de Lucuce y Ponce y las instituciones matemático militares españolas del siglo XVIII»*, La Gaceta de la RSME, 16, 147-168**.**

Carmo, M. P. do (2012): *«Algumas ideias sobre a natureza da Matemática»*, discurso Acto de investidura como Doctor "Honoria Causa" en la Universidad de Marcia.

Comisión de Educación y Enseñanza de las Ciencias (2012): *«Informe sobre la enseñanza de las ciencias en España»*, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Madrid.

Dou, A., (1990): *«Las Matemáticas en la España de los Austrias»*, en Estudios sobre Julio Rey Pastor, (1888-1962), Logroño, L. Español. Instituto de Estudios Riojanos, 151-172.

Guzmán, M. de (1983): *«Algunos aspectos insólitos de la actividad matemática»*, investigación y Ciencia, p. 100-108.

Gruber, P. Comunicación personal

Klein, F. (1927): *«Matemática elemental desde un punto de vista superior»*, Vol. I, Aritmética-Álgebra-Análisis, (trad. R. Araujo), Biblioteca Matemática, Madrid

León, M. de (1998): *«Mirando hacia atrás»*, Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 1, 129-134.

López Pellicer, M. (1997): *«En torno al casi centenario Análisis Funcional»*, Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales.

López Pellicer, M. (2012): *«Alrededor de la Hipótesis de Riemann»*, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Lección inaugural año académico 2012-13, Madrid, 2012.

López Piñero, J. M. y Navarro Brotons, V. (1995): *«Història de la Ciència al País Valencià»*, Valencia, Institució Alfons el Magnànim.

Ministerio de Educación, (2013): Informe sobre *«Propuestas para la reforma y mejora de la calidad y eficiencia del sistema universitario español».*

Montesinos, J. M. (1987): *«Classical Tesselations and Three-Manifolds»*, Berlín, Springer Verlag.

Navarro Brotons, V. y Roselló, V. (1996): *«La Ciencia en la España del siglo XVII: el cultivo de las disciplinas Físico-Matemáticas»*, Arbor, 604-605, 197-252.

Navarro Brotons, V. y Roselló, V. (1997): *«Descartes y la introducción en España de la Ciencia moderna»*, Sociedad castellano-leonesa de filosofía, Salamanca, 225-252.

Naveira, A. M. (1998): *«Sobre la historia de las Matemáticas en Valencia y en los países mediterráneos»*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia

Naveira, A. M. y Reventós, A. (2009): *«Selected Works of Luis Antonio Santaló»*, Springer-Verlag.

Pérez Gómez, R. (1887): *«The Recognition of the Plane Crystallographic Groups, p2, pg, pgg, p3m1, in the Alhambra»*, Abstracts of the American Mathematical Society, 8, 263.

Pérez Gómez, R. (1987): *«The Four Regular Mosaics Missing in the Alhambra»*, Computations Mathematics and its Applications, 14, 133-137.

Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (2012): *«Informe sobre la enseñanza de las Ciencias en España»*, Madrid.

Rey Pastor, J. (1988): *«Selecta»*, Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Fundación Banco Exterior.

Risler, J. J. (1997): *«Mathématiques à venir»*, Gazette des Mathématiciens, 75, (suplemento).

Russel, B. (1919) : *«Mysticism and Logic and other essays»*, Longmans, Green and Company.

San Juan, R. (1950*): «La obra científica del matemático español D. Ventura de los Reyes Prósper»*, Gaceta Matemática, II, 39-41.

Santaló, L. A. (1994): *«La Matemática: una Filosofía y una Técnica»*, Barcelona, Ariel.

Scheler, M. (1938): *«El saber y la cultura»*, Espasa Calpe, Buenos Aires.

Spivak, M. (1975): «A comprehensive introduction to Differential Geometry», V. Five, Publish or Perish Inc. Boston

Veblen, O., and Whitehead, J.H.C. (1932): *«The Foundations of Differential Geometry»*, Cambridge University Press.

Vera, F. (ed.) (1970): *«Científicos griegos»*, Madrid, Aguilar.

Vidal Abascal, E. (1972): *«La Ciencia y la Universidad Socializada»*, Madrid, Rosset.

CONTESTACIÓN DEL
ILMO. SR. D. MANUEL BARROS DÍAZ

Excelentísimo Señor Presidente

Excelentísimos e Ilustrísimos Señores Académicos

Señoras y Señores

Deseo, en primer lugar, expresar públicamente mi agradecimiento a esta Academia por el honor que me hizo cuando me designó para presentar al Prof. Antonio Martínez Naveira en el solemne acto de su ingreso en ella como Académico Correspondiente.

Quiero decir, a continuación, que este privilegio es, por un lado, muy grato por diversas razones que trataré de exponer y, por otro lado, fácil por los excepcionales méritos académicos y científicos que concurren en la persona del Prof. Martínez Naveira.

En el mes de septiembre de 1975 conocí al Prof. Martínez Naveira en el Departamento de Geometría y Topología de esta Universidad. Yo había acabado un campamento de las milicias universitarias y él estaba recién llegado, como Agregado de Geometría V (Diferencial), a nuestra Universidad. Además, en el Departamento me habían designado para ser su ayudante y también su estudiante de doctorado. Nunca tuve claras las razones de esta elección y siempre las justifiqué por mi interés, bien conocido en aquel departamento, por la Geometría Diferencial. De hecho yo estudiaba, entonces por mi cuenta, algunos textos de la materia, pues siempre me atrajo la idea de mezclar la potencia del Cálculo Diferencial con la elegancia y belleza de la Geometría.

De la primera reunión que tuvimos para programar nuestro trabajo conjunto recuerdo una frase suya, que en aquel momento la consideré banal, hasta que días después pude comprobar lo que significaba. Me dijo: *sólo te voy a pedir que trabajes lo mismo que yo*. Naturalmente acepté el reto, pero yo no sabía lo que trabajaba aquel hombre. Las mañanas las dedicaba a la docencia, con cursos en tercero y quinto de licenciatura, en ambos yo era su ayudante en clases de problemas. Por las tardes, de 15,30 hasta las 21 horas, seminario personalizado. En pocos meses me explicó un magnífico curso, bastante completo, de Geometría Diferencial en variedades y me resolvió todas las dudas que había acumulado en mi periodo autodidacta anterior.

A los pocos meses, cambió radicalmente el trabajo en el seminario. Había que leer una serie de artículos y preprints para poder entender el problema sobre el que versaría mi futura tesis de doctorado. En este tiempo, y mucho más en el dedicado propiamente a la tesis, cambió, como digo, de modo radical la marcha del seminario. Había tardes en las que se producían aparentes ausencias de nuevas ideas y consiguientes paradas en la investigación. En estos casos, y al cabo de un cierto tiempo, Naveira siempre tenía un procedimiento para continuar, aunque fuese uno, para mi desmoralizante, directamente basado en un tremendo cálculo, para lo cual solía poner los folios apaisados. También había tardes de júbilo por la consecución de algún resultado interesante. En fin, recuerdo aquella época como una vivida de manera intensa y apasionada y en la que iba calando en mí un inmenso interés por la investigación matemática. Desde entonces, he intentado seguir su ejemplo solidario de hacer investigación.

Como ha apuntado en su magnífico discurso de ingreso, después y ya en la Universidad de Valencia, Naveira dirigió a otras tres personas formadas en esta Universidad. Dos fueron compañeros míos de promoción, Angel Ferrández (actualmente catedrático de la Universidad de Murcia) y Antonio Ramírez (Profesor jubilado de la Politécnica de Valencia). El otro en aquellos tiempos alumno de Naveira en el tercer curso de la licenciatura en la Universidad de Granada, era Francisco Carreras (actualmente Profesor Titular en la Universidad de Valencia).

La labor de Naveira en esta Facultad durante el curso en el que fue miembro de su Claustro fue más allá del ejemplar ejercicio de sus labores investigadora y docente, en el seno del Departamento de Geometría y Topología, en tan corto periodo de tiempo, su influencia fue enorme y traspasó con creces las fronteras del mismo. Señalaré algunas de sus actuaciones en este sentido.

- Desde la Sección de Matemáticas, y también como miembro del Claustro de esta Facultad, fue una pieza fundamental en la redacción del plan de estudios de Matemáticas (segundo ciclo del plan de 1973) que vino a sustituir al originario. A partir de entonces, fue la primera vez que en esta Universidad se pudo estudiar Matemática Fundamental (Matemática Pura). Sin lugar a dudas, el mejor plan de estudios en Matemáticas que haya existido en esta Facultad y a las pruebas me remito. El plan de estudios de 1973 ha tenido una gran influencia en el prestigio que actualmente posee la Matemática granadina, tanto a nivel nacional como internacional, puesto que durante su vigencia se formaron casi tres generaciones de excelentes matemáticos que actualmente constituyen la base humana de nuestra relevancia científica.
- Por aquel año, la hemeroteca de la Facultad de Ciencias poseía tres suscripciones a otras tantas revistas científicas, eso sí, eran tres buenas revistas: Annals of Mathematics, Pacific Journal of Mathematics y Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. Los fondos de dicha hemeroteca en el área de las matemáticas se completaban con el Mathematical Reviews. Naveira lideró entonces una propuesta para aumentar el número de revistas de matemáticas, logrando que la Facultad se suscribiese a casi doscientas. Aún así, el presupuesto en revistas de matemáticas era inferior a la suscripción del Chemical Abstract y entonces había tres suscripciones a esta revista en tres lugares distintos de Granada.

- Naveira consiguió, por primera vez en Granada, que los miembros de tres de los Departamentos de Matemáticas pudiesen escribir a máquina, por ejemplo, el símbolo de la integral. En efecto, consiguió convencer a tres Directores de Departamento para, conjuntamente, comprar una máquina de escribir IBM de cabezas intercambiables. Todo un salto hacia la modernidad.
- La actividad de Naveira en esta Facultad nos trajo una enorme bocanada de aire fresco, con él conocimos que la investigación en Matemática Pura, y en particular en Geometría, era posible. Se puede decir que en lo relativo a la historia del Departamento de Geometría y Topología de esta Facultad, su estancia permite hablar de dos periodos históricos, el anterior a Naveira y el posterior a él. De tal manera que en cuanto a la producción científica del mismo, siendo casi nula antes de su llegada, ha llegado al nivel actual, el cual ha sido descrito con datos recientes en su discurso por el propio Naveira.

Hay que pensar que algunos de estos logros eran, en aquellos tiempos, absolutamente tales. Entonces no existía atisbo alguno de la informática e internet con sus redes.

Por si no hubiesen quedado suficientemente explicitadas, antes de hablar de los méritos académicos y científicos de Naveira, quisiera resumir las principales características del Naveira docente e investigador.

- Es una persona muy cercana a sus estudiantes, en este sentido su estancia en Granada rompió moldes.

- Su entusiasmo al hablar de matemáticas, de geometría, es enorme y suele trasmitirlo de manera natural. Resulta contagioso.
- Su capacidad de trabajo no tiene límites y su optimismo es envidiable.
- Es una persona muy intuitiva, cualidad nada despreciable para la investigación en Matemática y particularmente en Geometría.
- Todas estas cualidades siguen estando en Naveira, y en su mayoría, el paso de los años no las ha disminuido ni un ápice.

Naveira nació para ser matemático y pienso que hubiera destacado en cualquiera de sus disciplinas. Sin embargo, donde realmente ha sido, y es, feliz ha sido dedicándose a la Geometría y particularmente a la diferencial. Además, ha hecho feliz a un montón de estudiantes y discípulos, entre los que me encuentro. *Su facilidad para transmitir una idea es extraordinaria, su generosidad para recepcionar otra, natural y su capacidad para el trabajo en equipo, sencillamente envidiable*.

Quisiera a continuación resumir los principales méritos académicos y científicos del Prof. Martínez Naveira.

1. Se licenció en la Universidad de Santiago de Compostela en 1965 y se doctoró en dicha Universidad, bajo la dirección del Prof. Vidal, en 1968.
2. Posteriormente obtuvo el doctorado, tercer ciclo, por la Universidad de Paris VI, siendo su director el Prof. R. Deheuvels.

3. Ha pasado por todas las escalas del profesorado universitario. Prof. Contratado, Prof. Adjunto y Prof. Titular en la Universidad de Santiago de Compostela. Prof. Agregado en la Universidad de Granada. Catedrático, y actualmente Prof. Emérito, en la de Valencia.
4. Su labor docente en todas las universidades donde la desarrolló ha sido excelente. Permítanme una licencia para indicar el siguiente dato. Es uno de los dos conferenciantes invitados para la conmemoración del cincuenta aniversario de los estudios de matemáticas en la Universidad de Granada.
5. Desde 1982, fecha en la que se implantaron los planes nacionales de investigación, y de manera ininterrumpida, ha participado en los proyectos de investigación asociados. Hasta el año 2001 lo hizo como investigador principal y posteriormente como investigador, dejando paso, de manera muy generosa, a otros investigadores más jóvenes.
6. Ha participado en redes y proyectos nacionales y europeos siendo coordinador y contratante en algunos de ellos.
7. En estos momentos, en los que todo se evalúa, existen unos parámetros bien claros y perfectamente definidos para valorar los historiales científicos y académicos. En particular, y al menos en las áreas de ciencias experimentales, en la valoración de la actividad investigadora es determinante la presencia de una serie amplia y continuada de publicaciones científicas en revistas indexadas e importante factor de impacto de acuerdo con el "Journal Citation Reports". En el historial científico del Prof. Naveira se aprecia una serie de aproximadamente

cincuenta publicaciones científicas en revistas excelentes y con un alto factor de impacto. Entre ellas hay que señalar, por su excepcional relevancia, Journal of Differential Geometry, Transactions of the American Mathematical Society, Journal für die Reine und Angewandte Mathematik (Journal de Crelle), Commentarii Mathematici Helvetici, etc.

8. Editor de tres libros, conteniendo las actas de tres congresos internacionales 1982, 1985, 1988, publicados en Springer-Verlag.
9. En colaboración con el Prof. A. Reventós (Universidad Autónoma de Barcelona) ha publicado en Spriger-Verlag (2009) la excepcional Symposia del Prof. Luis Santaló.
10. Su programa de movilidad es amplio y excepcionalmente cualificado. Ha impartido cursos, entre otras, en las Universidades de Paris VI, Warwik, Católica de Lovaina, Maryland, Oxford, Sao Paulo (IMPA), Buenos Aires, UNAM, etc.
11. Conferenciante invitado en multitud de congresos internacionales de gran prestigio. Además, ha impartido una gran cantidad de conferencias en Universidades de relevancia y prestigio reconocidos.
12. Desde las universidades de Santiago, Granada y Valencia ha dirigido 15 tesis doctorales, cuyos discípulos han continuado su ingente labor en las universidades de Santiago, Granada, Valencia, Murcia, Alicante, Salamanca, Jaime I de Castellón, Coruña y Extremadura. Según el Mathematical Genealogy Project, entre hijos, nietos y biznietos científicos, hoy se cuentan 84 descendientes.

13. Fue Presidente de la Comisión Ejecutiva nombrada para la *Reconstitución* de la Real Sociedad Matemática Española.

14. Presidente (primero desde su reconstitución) de la Real Sociedad Matemática Española.

15. Académico Correspondiente de la Real Academis de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid.

16. Miembro del Comité de redacción de RACSAM, así como colaborador con multitud de revistas científicas de gran prestigio.

- El Prof. Martínez Naveira es un profesor, mejor, un maestro extraordinario, se puede decir que un enamorado de la matemática. Su actividad docente universitaria, además de amplia, está excepcionalmente complementada y cualificada. Ha realizado una encomiable labor divulgativa. Un dato objetivo y actual para calificar de excelente su manera de transmitir la matemática es su delicioso discurso de ingreso en esta Academia con el que hoy nos ha agasajado.

- Naveira es, además de un excelente científico y un universitario integral. En su historial académico se aprecia una notable labor relacionada con la gestión universitaria. En efecto, como ya se ha mencionado, ha conducido, como investigador principal, el desarrollo de múltiples proyectos de investigación obtenidos en los planes nacionales y europeos. Posee experiencia en organización de actividades de I+D. Ha sido director del Departamento de Geometría y

Topología de la Universidad de Valencia. Ha realizado una encomiable labor editorial. Es asesor científico y experto en activo de la ANEP, etc.

- Excelente científico, maestro excepcional, universitario integral, el Prof. Naveira ha realizado, y lo está haciendo, una obra a la que hay que calificar de creadora y solidaria. Creadora en todo el significado de la palabra y solidaria, por toda la gente con la que se ha comprometido y a la que no ha defraudado. Posee un extraordinario espíritu universitario, ha trabajado por y para la Universidad y siempre colaborando con colegas y dirigiendo a estudiantes.

Ilmos. Sres. Académicos, Señoras y Señores, quiero manifestar la satisfacción que me produce el ingreso del Prof. Martínez Naveira en esta insigne Academia. Además de por sus cualidades, científicas y humanas, excepcionales ya reseñadas, su ingreso en la Academia viene a saldar una deuda de esta Universidad con el Prof. Martínez Naveira. El nuevo académico es un grandísimo experto en el campo de la Geometría Diferencial. Seguramente, todos estaremos de acuerdo en admitir que esta disciplina define quizás un (por no decir el) camino más corto entre la matemática pura y las otras ciencias experimentales que tan ilustremente están representadas en esta Academia. Las soluciones y los tratamientos de muchos problemas de las distintas ciencias experimentales se encuentran codificados en modelos geométricos. A partir del momento en el que se propuso al Prof. Martínez Naveira para ocupar una plaza de Académico Correspondiente, la Academia hizo justicia con la historia. Hoy, se materializa este hecho.

Prof. Naveira, Antonio, Maestro, en nombre de la Academia, de sus miembros y en el mío propio, te doy la bienvenida con mis más cordiales felicitaciones.