Geometría II
Grado en Matemáticas, Grupo B

Prueba Tema Diagonalización (22/03/2018)

1. Sea V un espacio vectorial de dimensión $n \in \mathbb{N}$ y $f, h \in \mathrm{End}(V)$ tales que $f \circ h = h \circ f$.

   (a) (2 puntos) Probar que f deja invariante cada subespacio propio de h.

   (b) (3 puntos) Supongamos que h tiene n valores propios distintos. Probar que existe una base de V formada simultáneamente por vectores propios de f y de h.

2. Se considera la matriz $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & a-2 & 0 \\ 0 & 4 & 6-a \end{pmatrix}$, donde a es un parámetro real.

   (a) (3 puntos) Discutir para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz $A(a)$ es diagonalizable.

   (b) (2 puntos) Calcular explícitamente una base de $\mathbb{R}^3$ formada por vectores propios de $A(3)$.