

MÓDULO	MATERIA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	TIPO
Álgebra Lineal, Geometría y Topología	Curvas y Superficies	2º	2º	6	Obligatoria
PROFESORES			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Joaquín Pérez Muñoz, grupo A</li> <li>Rafael López Camino, grupo B</li> <li>Miguel Ortega Titos, grupo B</li> </ul>			Dpto. De Geometría y Topología, Facultad de Ciencias. Rafael López, despacho 5, segunda planta teléfono 958242087, rcamino@ugr.es Miguel Ortega, despacho 11, segunda planta, teléfono 958242082 Joaquín Pérez, despacho 4, segunda planta teléfono 958243396, jperez@ugr.es		
			HORARIO DE TUTORÍAS (2º semestre)		
			Rafael López, martes de 17 a 20 horas; viernes de 16 a 17 y de 18 a 20 horas. Miguel Ortega, martes y miércoles de 11 a 14 horas. Joaquín Pérez, martes y viernes de 17 a 20 horas.		
GRADO EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS GRADOS A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR		
Grado en Matemáticas			Arquitectura, Ingeniería Civil, Ingeniería de Edificación, Física, Biología, Óptica y Optometría, Medicina,...		
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)					
Para un correcto aprovechamiento de la materia Curvas y superficies se recomienda haber superado las siguientes materias: Geometrías I, II y III; Topología I. También se recomienda tener conocimientos sobre cálculo diferencial en varias variables y sobre ecuaciones diferenciales ordinarias.					



## BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL GRADO)

1. Curvas en el plano y en el espacio.
2. Referencias de Frenet y curvaturas.
3. Superficies en el espacio.
4. Curvatura de Gauss y media.
5. Geodésicas.

## COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

### BÁSICAS Y GENERALES:

- CG01. Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en el Grado en Matemáticas.
  - CG02. Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente.
  - CG03. Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
  - CG04. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.
  - CG05. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
  - CG06. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- 
- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
  - CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
  - CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
  - CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
  - CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

### TRANSVERSALES:

- CT01. Desarrollar cierta habilidad inicial de “emprendimiento” que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas.
- CT02. Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y a la cultura de la paz.



#### ESPECÍFICAS:

- CE01. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CE02. Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas.
- CE03. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE04. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CE05. Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE06. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE07. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras, para experimentar en matemáticas y resolver problemas.

#### OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

1. Utilizar el análisis matemático para la modelización de problemas geométricos.
2. Comprender las nociones fundamentales de la curvatura en los diferentes contextos geométricos y su cálculo.
3. Automatización de los procedimientos de cálculo, algebraico y analítico, mediante su aplicación a situaciones geométricas.

#### TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

##### TEMARIO TEÓRICO:

##### **Tema 1. Curvas en el plano y en el espacio**

- 1.1. Curvas parametrizadas. Curvas regulares. Longitud de arco.
- 1.2. Teoría local de curvas regulares planas: curvatura y diedro de Frenet.
- 1.3. Teoría local de curvas regulares en el espacio: curvatura, torsión y triedro de Frenet.
- 1.4. Teorema fundamental de curvas en el espacio.

##### **Tema 2. Superficies en el espacio**

- 2.1. Definición de superficie y ejemplos.
- 2.2. El cambio de parámetros. Funciones diferenciables sobre superficies.
- 2.3. El plano tangente y la primera forma fundamental.
- 2.4. La diferencial de una aplicación diferenciable. Difeomorfismos.
- 2.5. Superficies orientables.

##### **Tema 3. Curvaturas de una superficie**

- 3.1. Aplicación de Gauss. Endomorfismo de Weingarten. Curvaturas de Gauss y media.
- 3.2. Expresiones locales y diferenciabilidad de las curvaturas.
- 3.3. Curvaturas y geometría local. Secciones normales y fórmula de Euler.
- 3.4. Curvaturas y geometría global. Teoremas de Hilbert, Hilbert-Liebmann y Jellet-Liebmann.



#### **Tema 4. Isometrías y geodésicas.**

- 4.1. Isometrías locales entre superficies.
- 4.2. El teorema egregium de Gauss.
- 4.3. Geodésicas. Aplicación exponencial. Entornos normales.
- 4.4. Geodésicas y curvas minimizantes.

#### TEMARIO PRÁCTICO:

Por cada tema del programa de teoría se entregará a los alumnos al menos una hoja de ejercicios, problemas y/o actividades complementarias.

Este material se trabajará durante las sesiones teóricas, las sesiones prácticas, los seminarios, las tutorías y las exposiciones orales.

#### BIBLIOGRAFÍA

##### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL:

- AMORES LÁZARO, A.M.: Curso básico de curvas y superficies. Edit. Sanz y Torres, Madrid, 2001.
- CARMO, M.P. DO: Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad Textos, 135. Alianza Editorial, Madrid, 1992.
- CORDERO, L.A., FERNÁNDEZ, M. y GRAY, A.: Geometría diferencial de curvas y superficies (con Mathematica). Addison-Wesley iberoamericana, Wilmington, 1995.
- MONTIEL, S., ROS, A.: Curves and Surfaces. American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics, 69 (2005). Traducción de la versión en español: MONTIEL, S., ROS, A.: Curvas y Superficies. Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1997.
- PÉREZ, J.: Curvas y Superficies. Granada, 2014. Disponible en la web <http://www.ugr.es/local/jperez/>

##### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

- COSTA, A.F., GAMBOA, M. y PORTO, A.M.: Notas de Geometría diferencial de curvas y superficies. Edit. Sanz y Torres, Madrid, 1977.
- OPREA, J. Differential Geometry and its applications. Prentice-Hall, N. J. 1997.
- STRUIK, D.J.: Geometría diferencial clásica. Aguilar, Madrid, 1973.

#### ENLACES RECOMENDADOS

[http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves\\_dir/specialPlaneCurves.html](http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html)

<http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Surfaces>

#### METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología docente a seguir en la materia constará de:

- Un 30% de docencia presencial en el aula. Sesiones con todo el grupo dedicadas tanto a la explicación de contenidos del programa como a la realización de ejercicios relativos a dichos contenidos.
- Un 10% para resolución guiada de problemas con todo el grupo, tutorías colectivas, seminarios, exposiciones y pruebas de evaluación.



- Un 60% de trabajo del alumno, búsqueda, consulta y tratamiento de información, así como resolución de problemas y casos prácticos, y realización de trabajos.
- Las actividades formativas se desarrollarán desde una metodología participativa y aplicada que se centrará en el trabajo del estudiante (presencial y no presencial / individual y grupal).

#### EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

De acuerdo con la "Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada", con objeto de evaluar la adquisición de los contenidos y competencias a desarrollar en la materia, se utilizarán alternativamente los sistemas de evaluación continua y de evaluación única final.

La evaluación será preferentemente continua. En el método de evaluación continua, donde se evaluarán también otros aspectos, como la participación activa en las sesiones teóricas y de problemas, se realizarán al menos dos pruebas escritas a lo largo del curso; la ponderación de cada prueba se adecuará al contenido evaluado en la misma y, en todo caso, no superará el 70% de la calificación total. Además, la calificación global resultante de las pruebas escritas no superará el 70% de la calificación total de la asignatura.

El resto de cuestiones generales referidas a la evaluación se regirá según la presente "Normativa de evaluación y de calificación de los estudiantes de la Universidad de Granada".

#### CALENDARIO DE EXÁMENES

- Las pruebas parciales se harán al finalizar uno o más temas, sin interrupción de docencia.
- Exámenes finales: Se seguirá el calendario establecido por la Comisión Docente de Matemáticas (calendario disponible a través de la web de la Facultad de Ciencias: <http://fciencias.ugr.es/>)

#### INFORMACIÓN ADICIONAL

Adaptación de la Universidad de Granada al EEES:

<http://vicengp.ugr.es/pages/eess>

Información adicional sobre el Grado en Matemáticas:

<http://grados.ugr.es/matematicas>

Comisión docente de matemáticas:

<http://www.ugr.es/~cdocmat/>

